四庫全書

子部

歷算全書卷四十六

宣城梅文鼎撰

句股闡微卷一

句股正義

首題

句股弦者横曰句縱曰股亦可云句縱股横斜曰弦三線相聯而成句股弦形也

欽定四庫全書

子部

歴算全書卷四十六至八

詳校官欽天監博士臣張天樞

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官編修臣王燕緒

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄録監生臣丁成鍾

繪圖監生臣周履信

所補者恰足得乙丁與乙戊兩方併恰與甲己方等

又論曰更以句與股相等之形觀之夫句與股既等則句股各自乘固方也即句股互相乘亦方也凡句股不等則句股互相乘必是矩形如丁戊大方平分方邊於方形中縱橫作線中分四小方形必等又句與股既等則弦上方邊為句股各自乘兩方之對角線亦為句股互相乘兩方之對角線如於四小方形中作四對角線相聯而成一中方形也此

如圖甲乙丙形甲乙為股乙丙為句甲丙為弦亦可云（甲乙為句乙丙為股也）凡三角形或三角俱鋭或兩鋭一鈍或兩鋭一正（鋭鈍正說具三角形算法中）句股弦形者兩鋭一正形也其句股兩線縱横相遇而成者為正角如乙點句弦兩線及股弦兩線相遇而成者為鋭角如甲丙兩點　此三線者或三線俱不等其最大者必弦或兩線等其等者必句股而無三線等何者以句股弦形一角正故也

一題

句股求弦

法曰句股各自乘併之開方得弦

如圖甲乙句自乘得乙丁方乙丙股自乘得乙戊方兩方相併即甲巳方開之得甲丙弦

論曰試移庚實形補辛虛形移丑實形補卯虛形移壬實形補子虛形移卯午實形補壬辰虛形所移者恰盡

壬方為甲丙弦上方也

又法曰句自乘倍股依長濶相差法求之得股弦差加股為弦

論曰甲乙丙句股形甲丙弦也丁己亦弦也丁戊弦上方也乙丙股也乙壬亦股也乙子股上方也餘乙戊子磬折形即句自乘之數也而己壬矩與乙丑矩等即丙戊矩亦句自乘之數也此丙戊矩形中乙丙為股加乙壬為倍

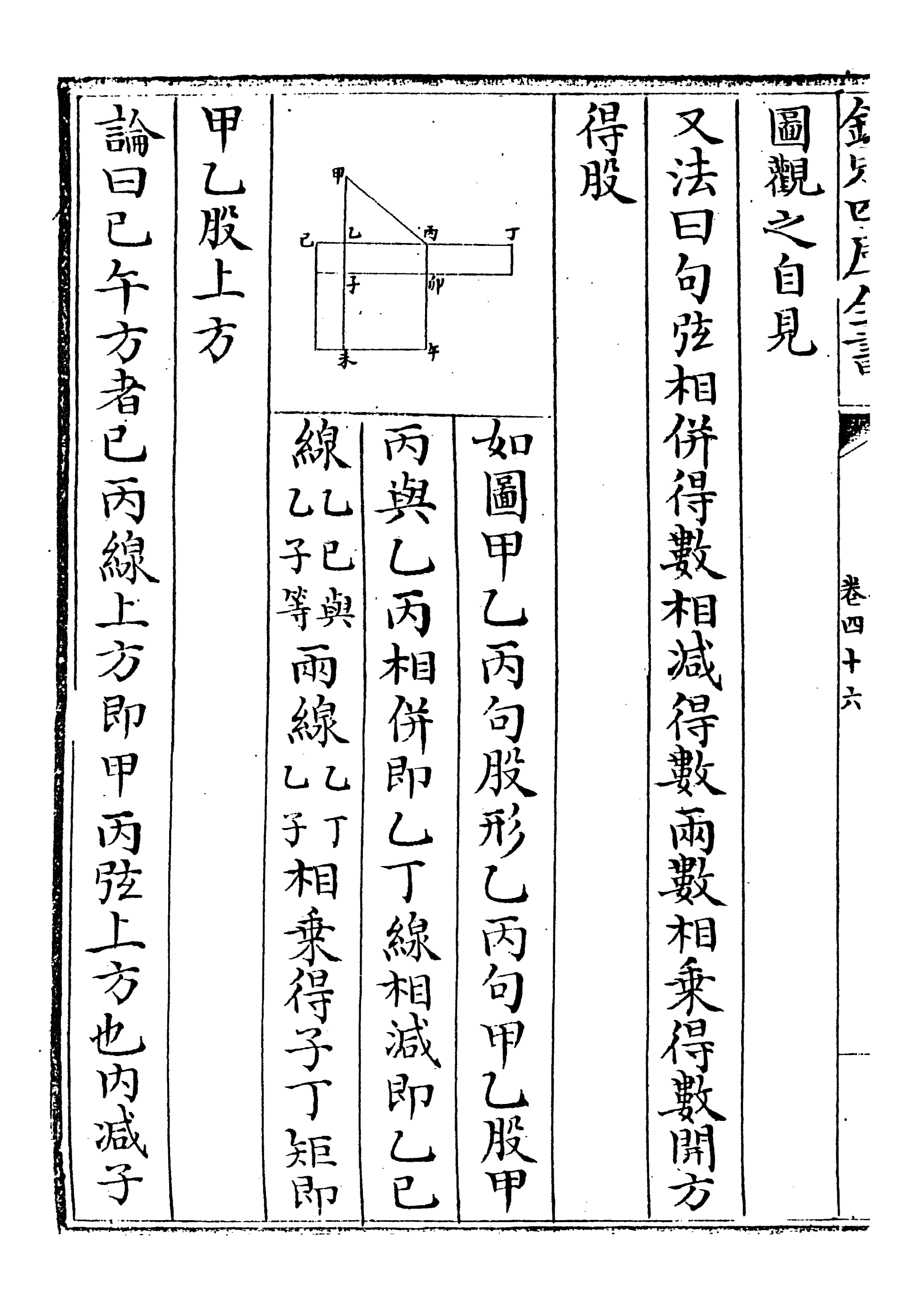
中方形者割小方形四之半即涵小方形二之全就此圖觀之尤為明顯

又法曰句與股相乘倍之另以句股差自乘併入倍數開方得弦

論曰甲乙股乙丙句相乘得乙丁矩形中分為庚戊兩形夫庚形即辛形也倍之者再加癸卯兩形也乙丙為句丙巳為股乙巳為句股差自乘得乙子方併入倍數共成甲

圖觀之自見

又法曰句弦相併得數相減得數兩數相乘得數開方得股



如圖甲乙丙句股形乙丙句甲乙股甲丙與乙丙相併即乙丁線相減即乙己線乙己與乙子等兩線乙丁乙子相乘得子丁矩即甲乙股上方

論曰己午方者己丙線上方即甲丙弦上方也內減子

股曰長濶相差者丙午為長午戊為濶與壬午等即壬丙倍股為長濶之差也依法求之得壬午為股弦差

二題

句弦求股

法曰弦自乘內減句自乘餘開方得股

論曰一題句股求弦第一法句股各自乘併之即弦自乘數則弦自乘數中有句股各自乘之數也今於弦自乘數中減去句自乘所存者即股自乘數矣就一題之

即甲乙句自乘之數也而已壬矩與乙丑矩等即丙戊矩亦甲乙句自乘之數也此丙戊矩形中乙午為弦乙丙併午戊為倍弦曰長濶相和者丙午為長午戊為濶即丙午午戊併為長濶相和也依法求之得壬午為股弦差

三題

股弦求句

法同二題句弦求股

午形為乙丙句上方所存卯巳未磬折形即甲乙股上方矣而巳未矩又與丁卯矩等則丁子矩形即卯巳未磬折形矣亦即甲乙股上方矣

又法曰句自乘倍弦依長濶相和法求之得股弦差用減弦得股

論曰甲乙丙句股形甲丙弦也丁巳亦弦也丁戊弦上方也乙丙股也乙壬亦股也乙子股上方也餘乙戊子磬折形

長濶相差法圖同上

丁乙矩形積九百七十二尺甲乙為濶戊乙為長丙戊九尺乙丙即甲乙為長濶相差數甲乙戊乙二邊各若干

法以較數九尺自乘得八十一尺次以積四倍之得三千八百八十八尺與較自乘相并得三千九百六十九尺開方得六十三尺即戊乙甲乙二邊之和數以與較九尺相併折半得三十六尺為戊乙長邊又與較九尺相減折半得二十七尺為甲乙短邊

附長濶相和法

如圖丁乙矩形積九百七十二尺丁甲為長乙甲為濶兩邊之和共六十三尺求甲丁甲乙二邊各若干　法以和數自乘得三千九百六十九尺次以積四倍之得三千八百八十八尺與和自乘相減存八十一尺開方得九尺即丁甲乙甲二邊之較數以與和六十三尺相併折半得三十六尺為甲丁長邊又與和相減折半得二十七尺為甲乙矩邊

若長闊相差法是先有已未較數故以上法反用之求得丙丑和得丙丑亦得甲乙與甲丙矣

四題

弦與句股較求句股

法曰弦自乘倍之較自乘用減倍數餘開方得句股和於是和加較半之得長股和減較半之得短句

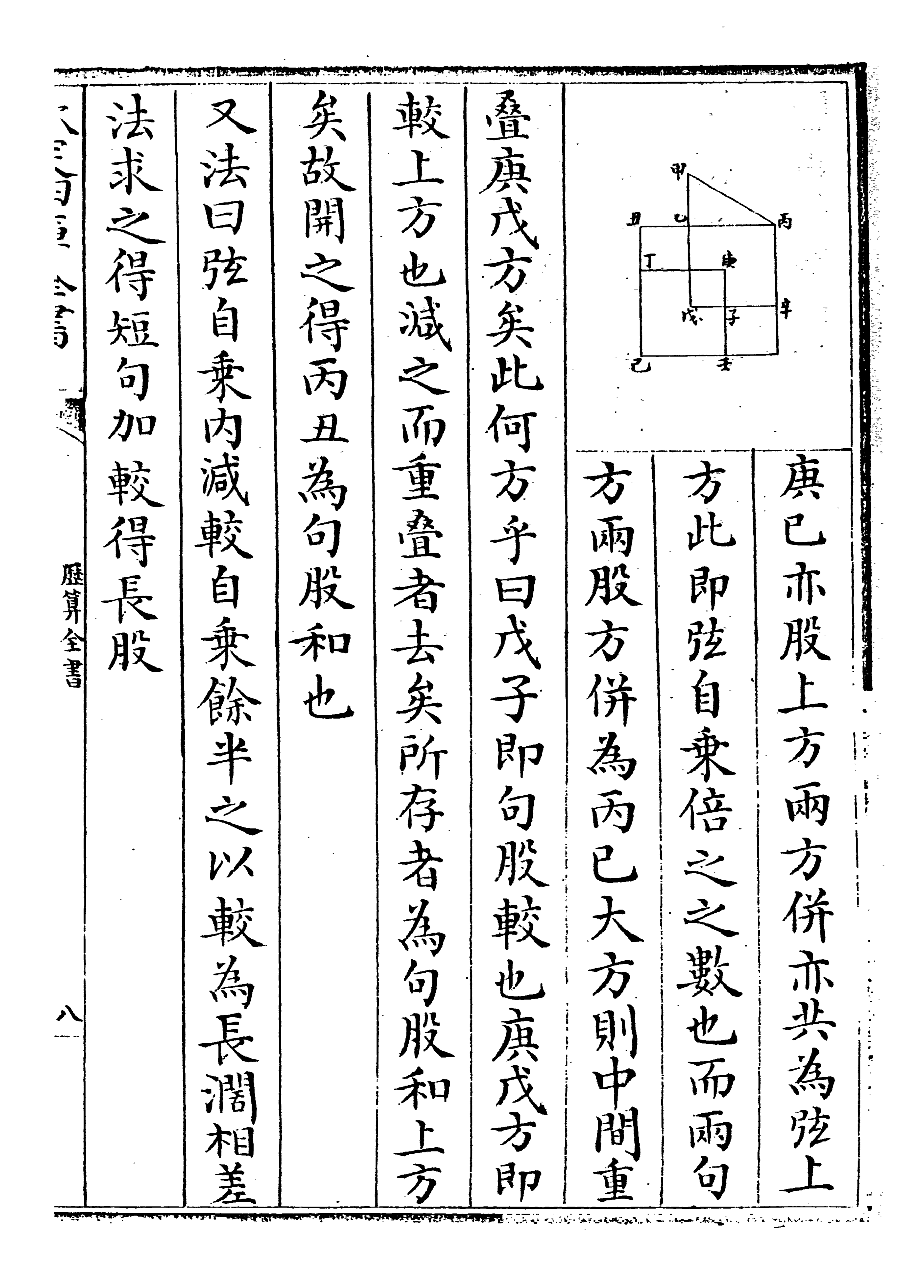
論曰甲乙丙句股形甲乙句也乙丁句上方也乙丙股也丙戊股上方也兩方併共為弦上方辛壬亦句上方

解曰甲午矩形作乙丙對角線成甲乙丙句股形甲丙長句也甲乙濶股也丙丑長濶和也甲丑即乙甲自乘得丙子大方四倍矩積也并大方內戊丁庚辛四矩形之積大方內所容四矩俱與元形等如丙壬矩即甲午矩其八句股形亦俱等元形相減存已壬小方開方得己未邊即甲乙甲丙二邊之較數也卯亥即甲乙股卯壬即甲丙句則壬亥為兩邊較數即長濶相差也既得較數與所有和數相加減得甲乙甲丙二邊矣

論曰甲乙丙句股形甲丙弦也甲丁弦上方也巳子較也巳丑較上方也兩方相減餘壬辛午未四形半之餘午未二形而午形又即戊形則是餘未戊二形也此未戊二形者句股矩內形也故以巳子較用長濶相差法求之得子丙短句句加較得巳丙長股

五題

股與句弦較求句弦



庚己亦股上方兩方併亦共為弦上方此即弦自乘倍之之數也而兩句方兩股方併為丙己大方則中間重疊庚戊方矣此何方乎曰戊子即句股較也庚戊方即較上方也減之而重疊者去矣所存者為句股和上方矣故開之得丙丑為句股和也

又法曰弦自乘內減較自乘餘半之以較為長濶相差法求之得短句加較得長股

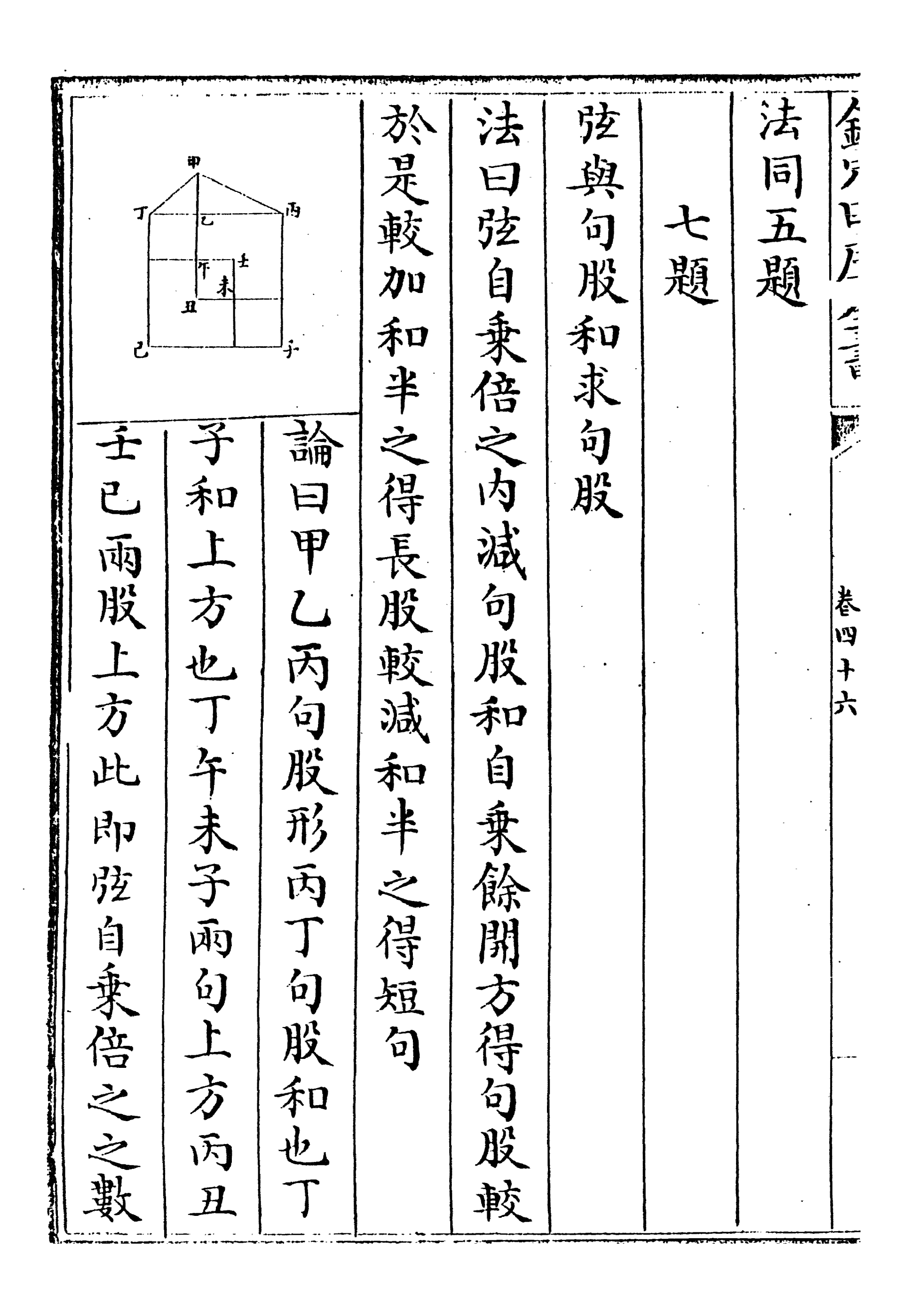
又法曰股自乘以較為法除之得句弦和於是加較折半得弦減較折半得句

論曰甲乙丙句股形甲丙弦也甲丁弦上方也丙巳亦句也丁戊句上方也所餘庚甲辛 折形即股自乘數也而壬辛形與戊丙形等即壬巳矩形亦股自乘數也以甲巳較除之得甲壬為句弦和也

又法曰股自乘較自乘相併倍較為法除之得弦弦減

法曰股自乘內減較自乘餘半之以較爲法除之得句句加較得弦

論曰甲乙丙句股形甲丙弦也甲丁弦上方也甲巳較也甲戊較上方也庚甲辛磬折形股自乘數也內減甲戊較上方所餘丙戊戊壬兩形即爲句與句弦較矩內形者二矣取其一如丙戊形以戊巳較除之得巳丙句或不用折半倍較爲法除之亦同



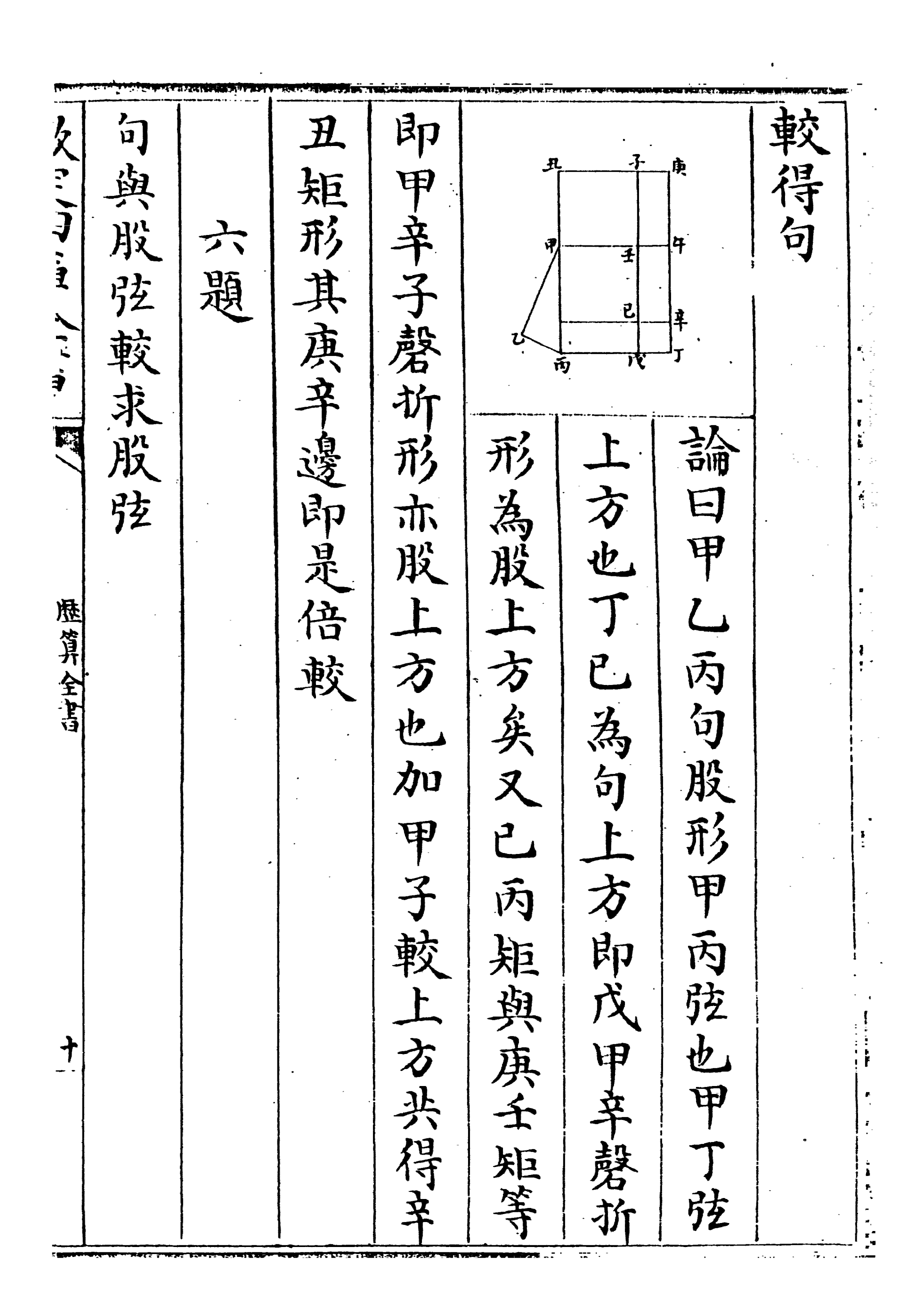
法同五題

七題

弦與句股和求句股

法曰弦自乘倍之內減句股和自乘餘開方得句股較於是較加和半之得長股較減和半之得短句

論曰甲乙丙句股形丙丁句股和也丁子和上方也丁午未子兩句上方丙丑壬己兩股上方此即弦自乘倍之之數



較得句

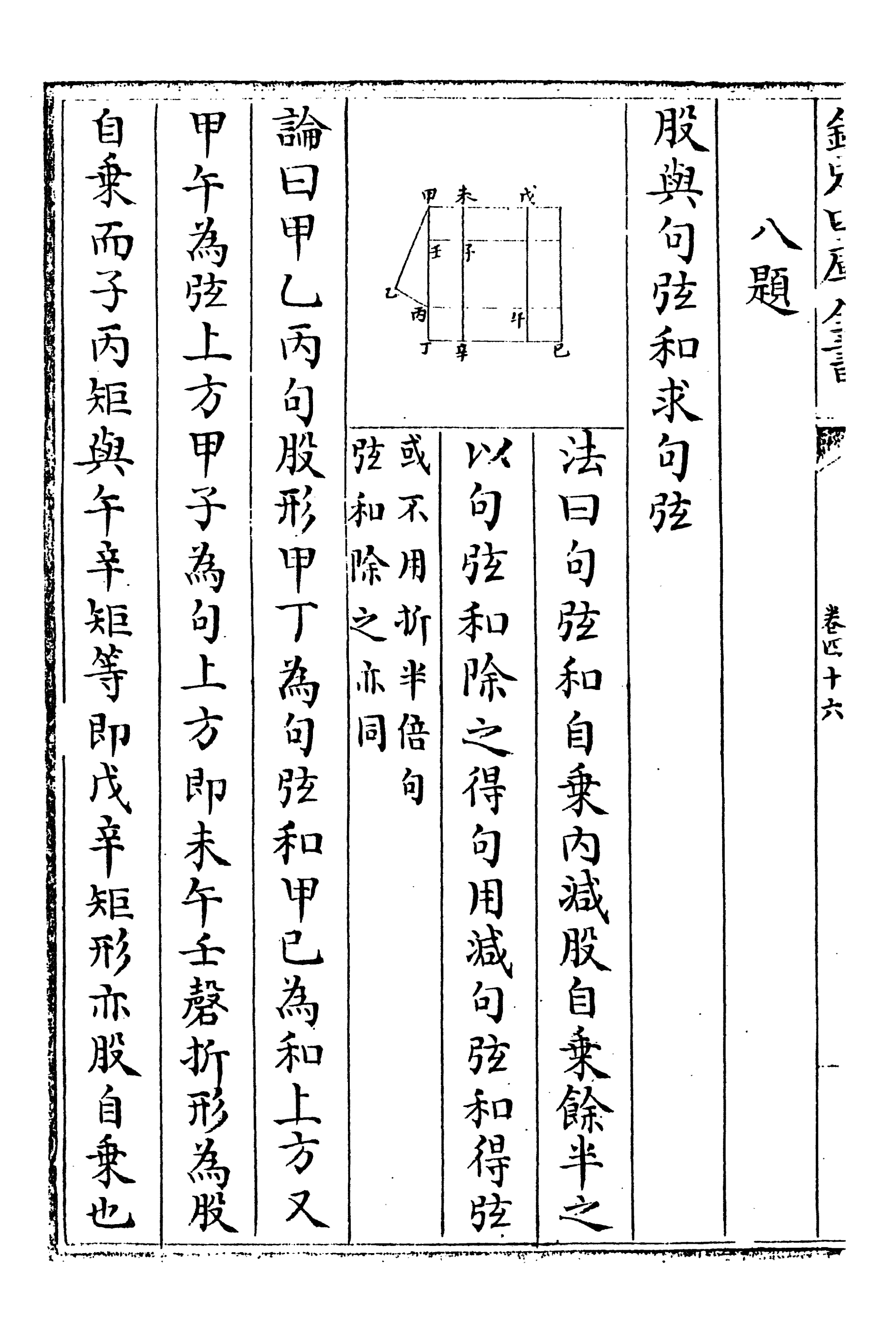
論曰甲乙丙句股形甲丙弦也甲丁弦上方也丁己為句上方即戊甲辛磬折形為股上方矣又己丙矩與庚壬矩等即甲辛子磬折形亦股上方也加甲子較上方共得辛丑矩形其庚辛邊即是倍較

六題

句與股弦較求股弦

八題

股與句弦和求句弦



法曰句弦和自乘內減股自乘餘半之以句弦和除之得句用減句弦和得弦

或不用折半倍句弦和除之亦同

論曰甲乙丙句股形甲丁為句弦和甲巳為和上方又甲午為弦上方甲子為句上方即未午壬磬折形為股自乘而子丙矩與午辛矩等即戊辛矩形亦股自乘也

也以較丁子和上方則其中重疊一壬丑方矣而此方之邊即是句股較

又法曰句股和自乘內減弦自乘餘半之以句股和用長濶相和法求之得句股

論曰丙丁為句股和丁己為和上方午乙壬罄折形即弦上方兩方相減餘午丑壬罄折形分為午丑及丑壬兩形形之兩邊即句股

丁子邊即句弦較

又法曰句弦和自乘股自乘相併倍和為法除之得弦

弦減和得句

論曰甲丁為句弦和甲戊為和自乘戊丑為句今試依庚戊矩作丁卯矩即卯甲丑磬折形亦和自乘矣又甲己為弦上方未壬為句上方即未己壬磬折形為股自乘矣而壬子矩與子丑矩等即未丑矩亦股自乘矣然

於和方中減之所存者為未丁及戊已丙矩形矣形之一邊如甲丁即句弦和其一邊如甲未即句

又法曰股自乗得數以句弦和除之得句弦較於是用加句弦和半之得弦用減句弦和半之得句

論曰甲乙丙句股形甲丁句弦和也甲戊弦上方也戊已句上方也即午甲未磬折形為股自乗矣而卯已矩與午丁矩等即甲子矩形亦股自乗矣形之甲丁邊即句弦和

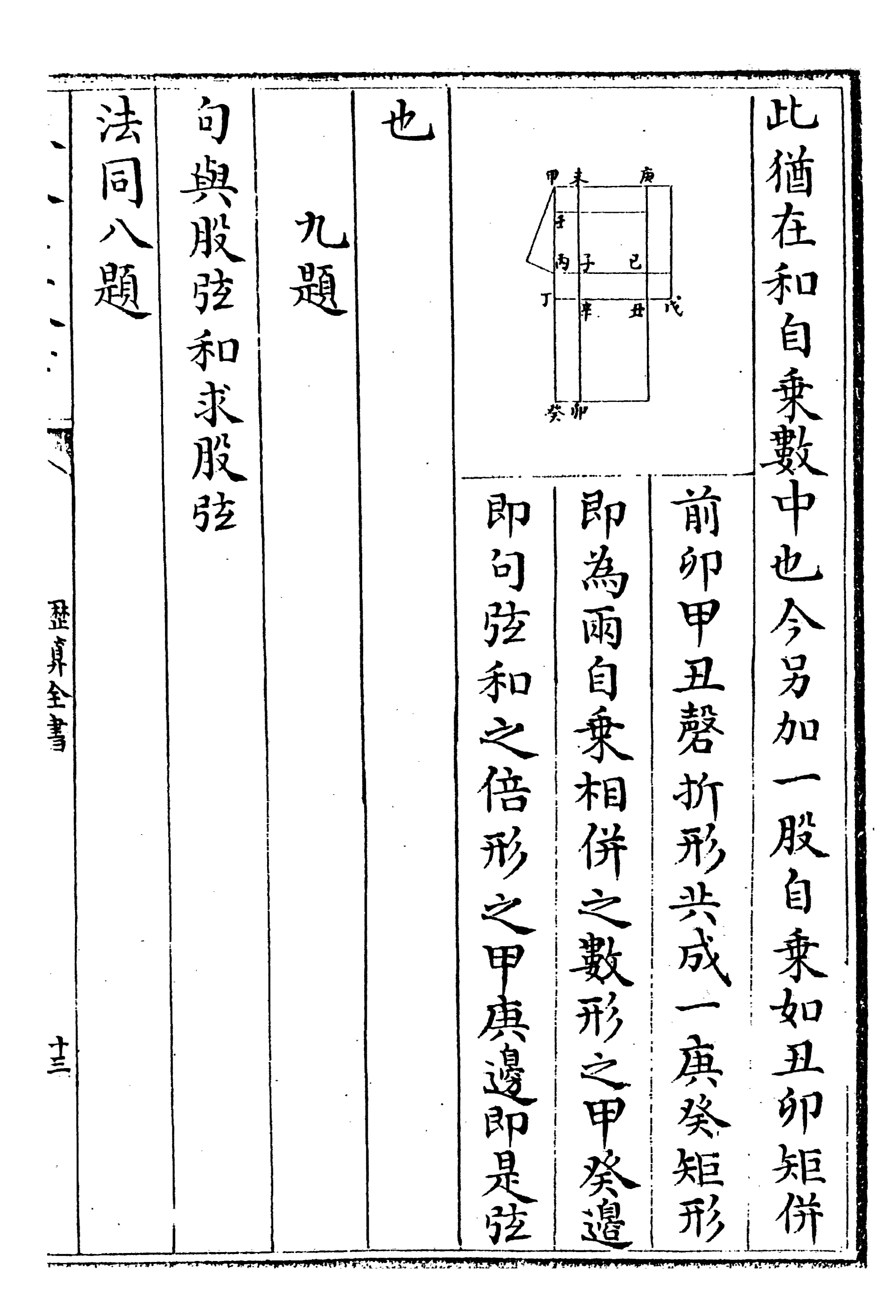
十題

句弦較股弦較求句股弦

法曰先以兩較相減得即為句股較次以兩較各自乘相併内減句股較自乘餘開方得弦和較和句股和也於是加股弦較得句加句弦較得股以句弦較加句或以股弦較加股得弦

論曰甲乙丙句股形甲丙弦也甲巳即股也巳丙股弦較也甲壬即句也壬丙句弦較也壬巳句股較也今試

此猶在和自乘數中也今另加一股自乘如丑卯矩併



前卯甲丑磬折形共成一庚癸矩形

即為兩自乘相併之數形之甲癸邊

即句弦和之倍形之甲庚邊即是弦

也

九題

句與股弦和求股弦

法同八題

癸磬折形非即戊午方乎

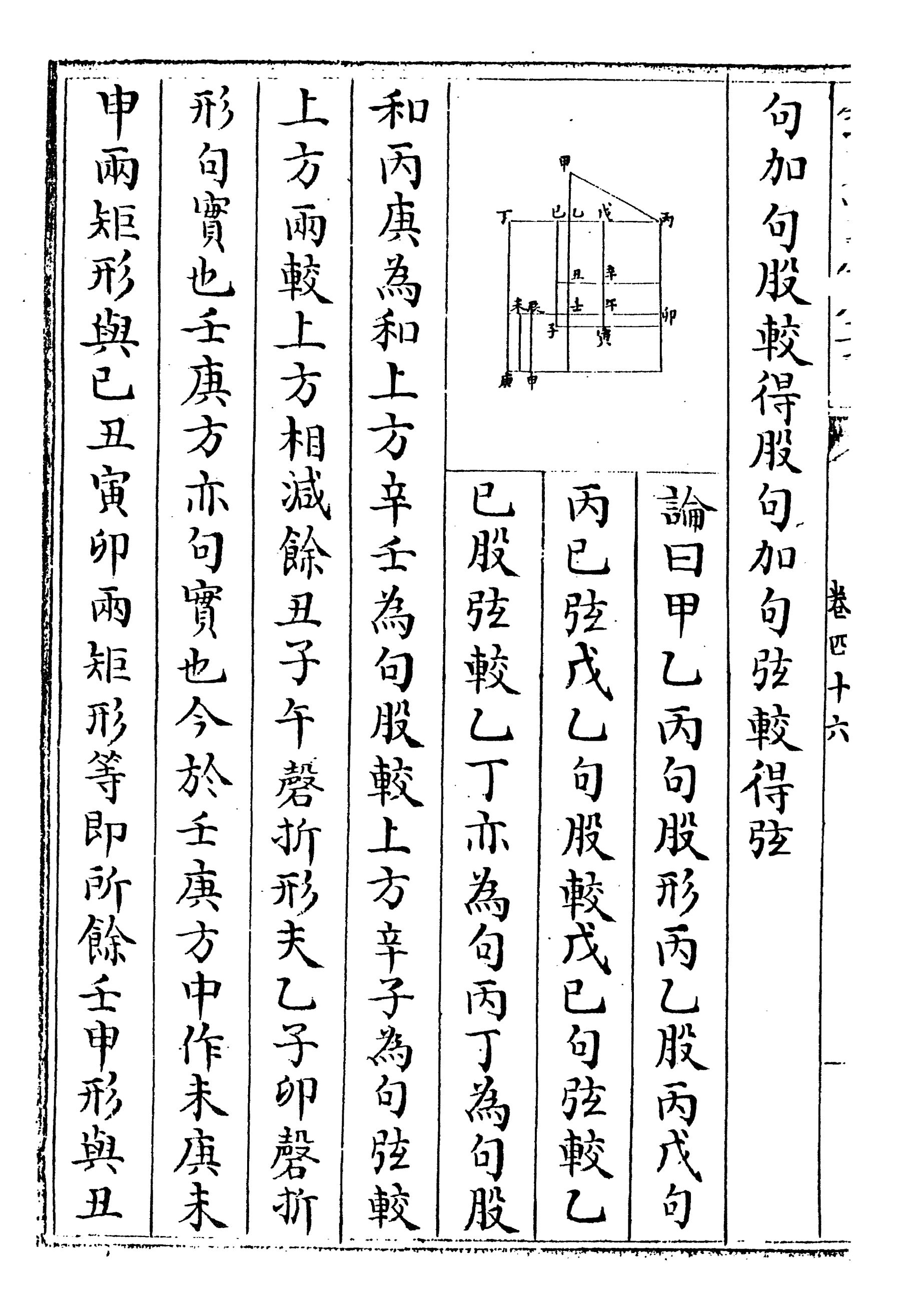
又法曰兩較相乘倍之開方亦得弦

和較以下同前法

論曰甲乙丙句股形試引甲丙至丁得甲丁為句股和甲戊為和上方甲未股未丁句也丁辛己壬弦也子辛子壬句弦較也未子亥子股也未申亥卯弦也子申子卯股弦較也然則卯辛與申壬兩矩形即是兩較相乘倍之之數也此兩矩形者即戊

引甲壬句至丁令甲丁為句股和即丙丁為弦和較也次作甲戊為和上方午未為句弦較上方午子為股弦較上方（即庚辰方）兩較上方相併共為午未辰磬折形內減未子句股較上方餘辰午癸磬折形即戊午弦和較上方何則試觀丑午巳磬折形句上方也子戊形亦句上方也今於丑午巳磬折形中減丑申及辛巳兩矩形即是於子戊形中減卯子亥磬折形也然則所餘之辰午

句加句股較得股句加句弦較得弦



論曰甲乙丙句股形丙乙股丙戊句丙己弦戊乙句股較戊己句弦較乙己股弦較乙丁亦為句丙丁為句股和丙庚為和上方辛壬為句股較上方辛子為句弦較上方兩較上方相減餘丑子午磬折形夫乙子卯磬折形句實也壬庚方亦句實也今於壬庚方中作未庚末申兩矩形與巳丑寅卯兩矩形等即所餘壬申形與丑

午弦和較上方丙丁為弦和較何則未申亥磬折形句實也子戊方形亦句實也今試於未午亥磬折形減辛丙庚亥兩矩形辛未及亥壬皆是弦和較及子午方即是於戊子方中減癸子丑磬折形也然則卯辛與申壬兩矩形非戊午方乎

十一題

句股較句弦較求句股弦句短股長看此題

法曰先以兩較相減得即為股弦較次以兩較各自乘相減餘為實倍股弦較為法用長濶相差法求之得句

十二題

句股較股弦較求句股弦 股短句長看此題

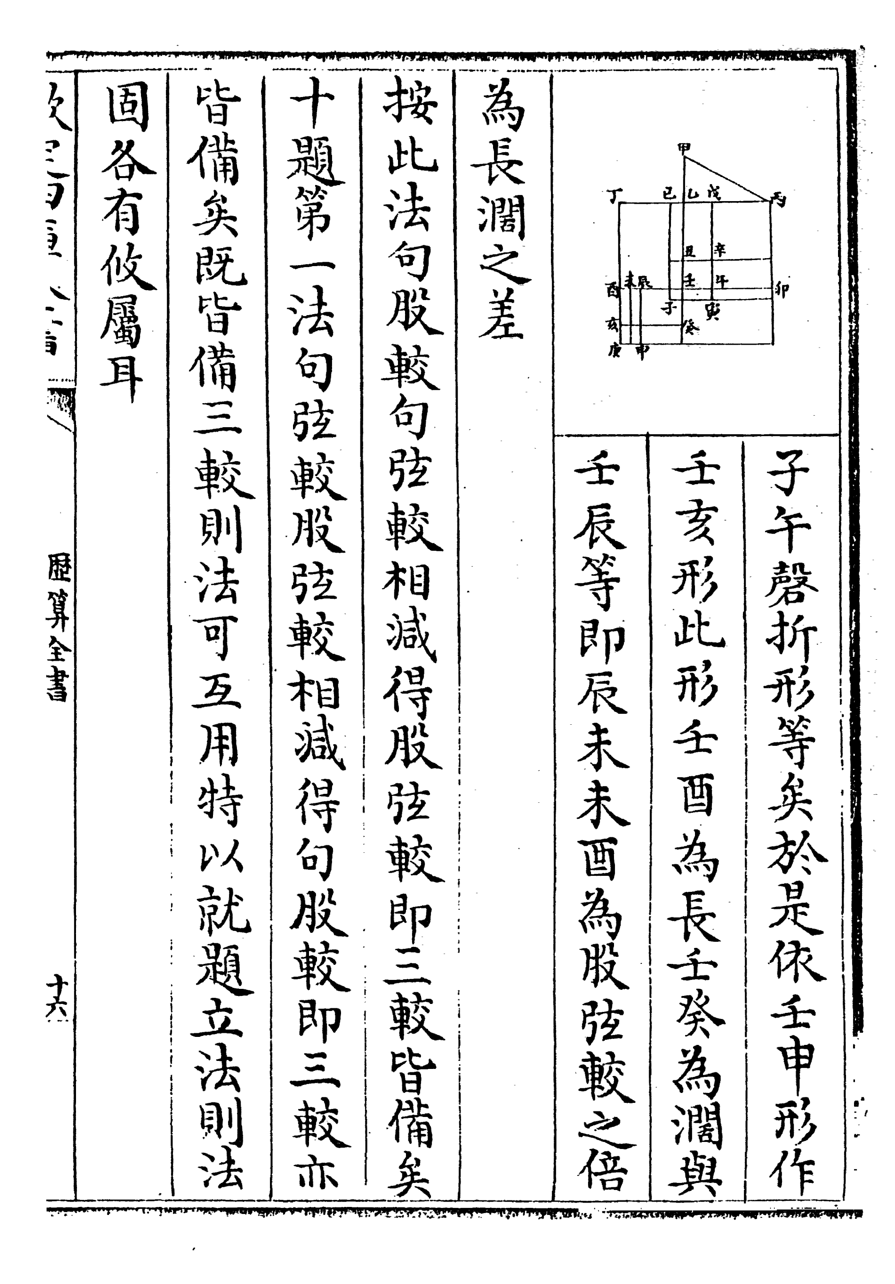
法同十一題

十三題

句弦和股弦和求句股弦

法曰兩和各自乘相併兩和相減即為句股較自乘用減相併數餘開方為弦和和 弦和弦也句股和也弦和和弦與句股和相併也

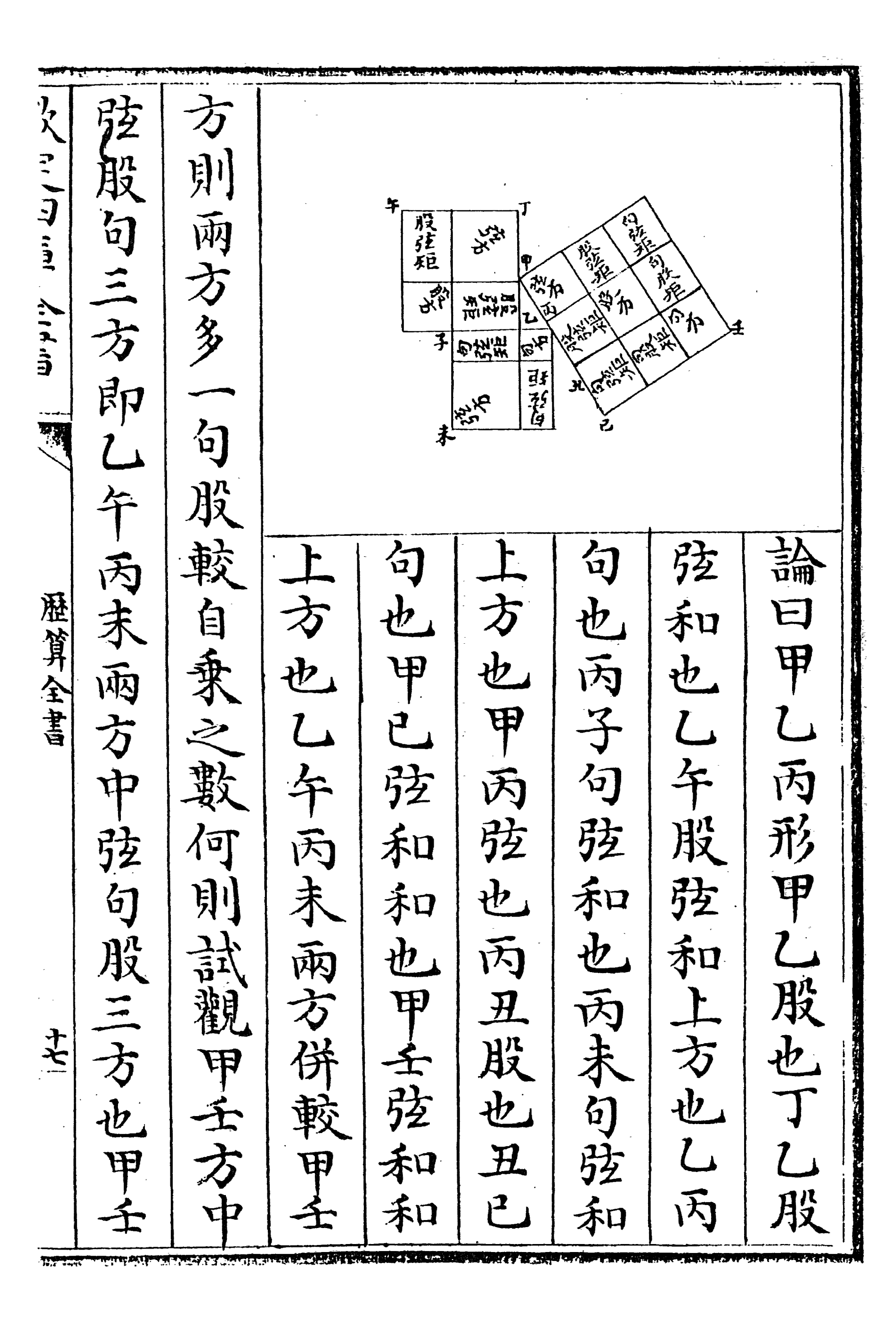
於是內減句弦和得股內減股弦和得句內減句股得弦



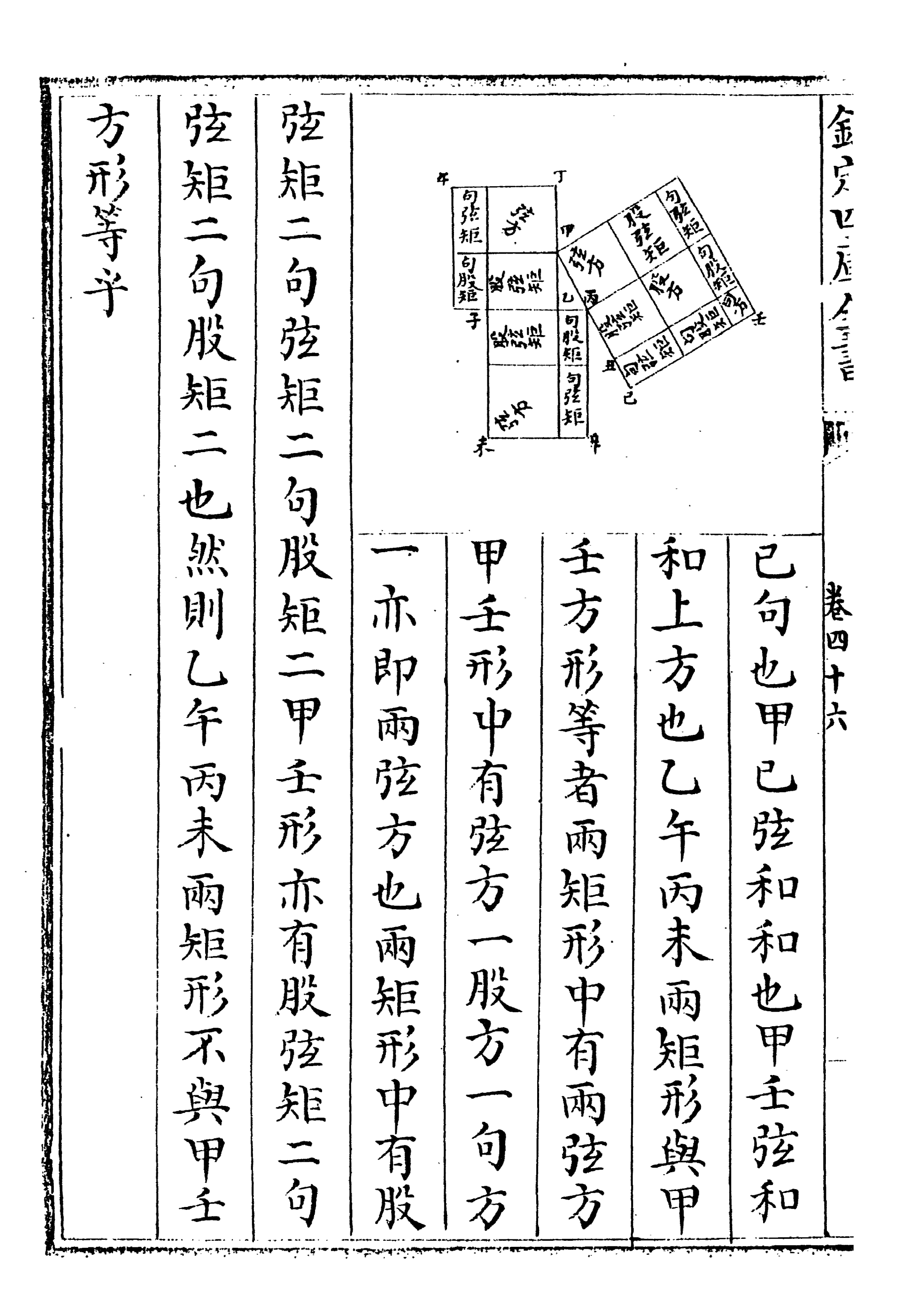
子午罄折形等矣於是依壬申形作壬亥形此形壬酉為長壬癸為濶與壬辰等即辰未未酉為股弦較之倍為長濶之差

按此法句股較句弦較相減得股弦較即三較皆備矣十題第一法句弦較股弦較相減得句股較即三較亦皆備矣既皆備三較則法可互用特以就題立法則法固各有攸屬耳

方中股弦矩二句弦矩二即乙午丙未兩方中股弦矩二句弦矩二也無或異也所異者惟甲壬方中餘句股矩二與乙午丙未兩方中餘弦方一則弦方一與句股矩二其較為句股較上方何則試觀另圖甲丙弦也甲丁弦上方也甲乙股也乙丙句也甲乙丙形句股矩形之半也而丙巳丁丁子丑丑午甲三形皆與甲乙丙形等共



論曰甲乙丙形甲乙股也丁乙股弦和也乙午股弦和上方也乙丙句也丙子句弦和也丙未句弦和上方也甲丙弦也丙丑股也丑巳句也甲巳弦和和也甲壬弦和和上方也乙午丙未兩方併較甲壬方則兩方多一句股較自乘之數何則試觀甲壬方中弦股句三方即乙午丙未兩方中弦句股三方也甲壬



己句也甲己弦和和也甲壬弦和和上方也乙午丙未兩矩形與甲壬方形等者兩矩形中有兩弦方甲壬形中有弦方一股方一句方一亦即兩弦方也兩矩形中有股弦矩二句弦矩二句股矩二甲壬形亦有股弦矩二句弦矩二句股矩二也然則乙午丙未兩矩形不與甲壬方形等乎

四形即得句股矩之二也中餘乙巳子午方即句股較上方然則乙午丙未兩方併較甲壬方不多一句股較上方辛故於兩方中減之即得甲壬方也

又法曰兩和相乘倍之開方得弦

和和以下同前法

論曰甲乙丙形乙丁股弦和也丁午句弦和也乙午兩和矩內形也丙子句弦和也丙辛股弦和也丙未兩和矩內形也甲丙弦也丙丑股也丑

為壬甲丑磬折形此形中午甲未磬折形句實也癸戊方形亦句實也夫癸戊方形與壬甲丑磬折形其餘為辛未午丁兩矩形今試作癸寅寅申兩矩形與之等即戊申矩形與壬甲丑磬折形等矣此戊申矩形戊庚為濶即句與庚癸等癸卯卯申為倍數為長濶之差

十五題

句股和股弦和求句股弦

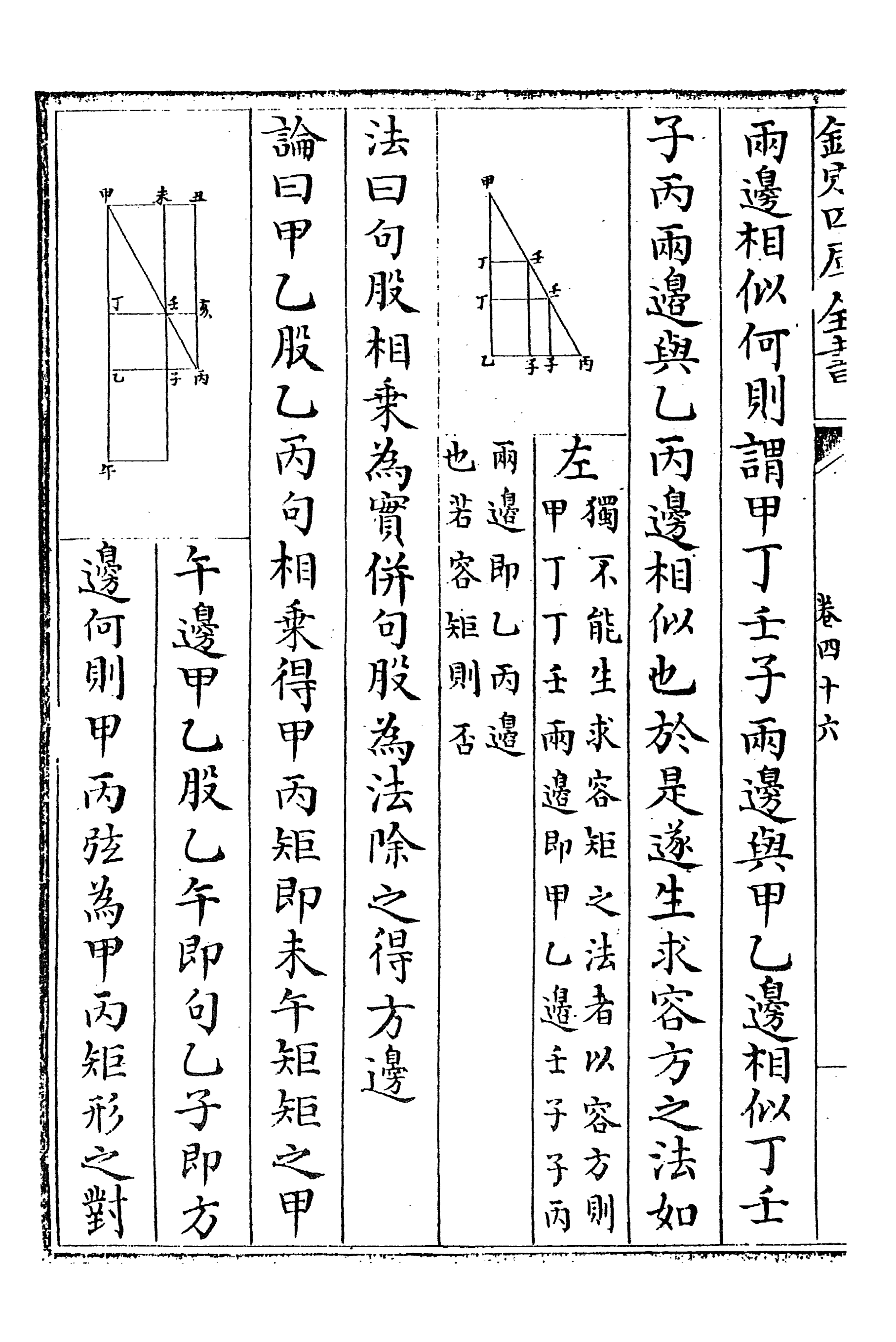
法同十四題

十四題

句股和句弦和求句股弦

法曰先以兩和相減得即為股弦較次以兩和各自乘相減餘為實倍股弦較為法依長濶相差法求之得句句減句股和得股句減句弦和得弦

論曰甲乙丙形甲丁句弦和也甲戊句弦和上方也己丁句股和也子戊句股和上方也兩和之較為甲己兩方之較



兩邊相似何則謂甲丁壬子兩邊與甲乙邊相似丁壬子丙兩邊與乙丙邊相似也於是遂生求容方之法如左獨不能生求容矩之法者以容方則甲丁丁壬兩邊即甲乙邊壬子子丙兩邊即乙丙邊也若容矩則否

法曰句股相乘為實併句股為法除之得方邊

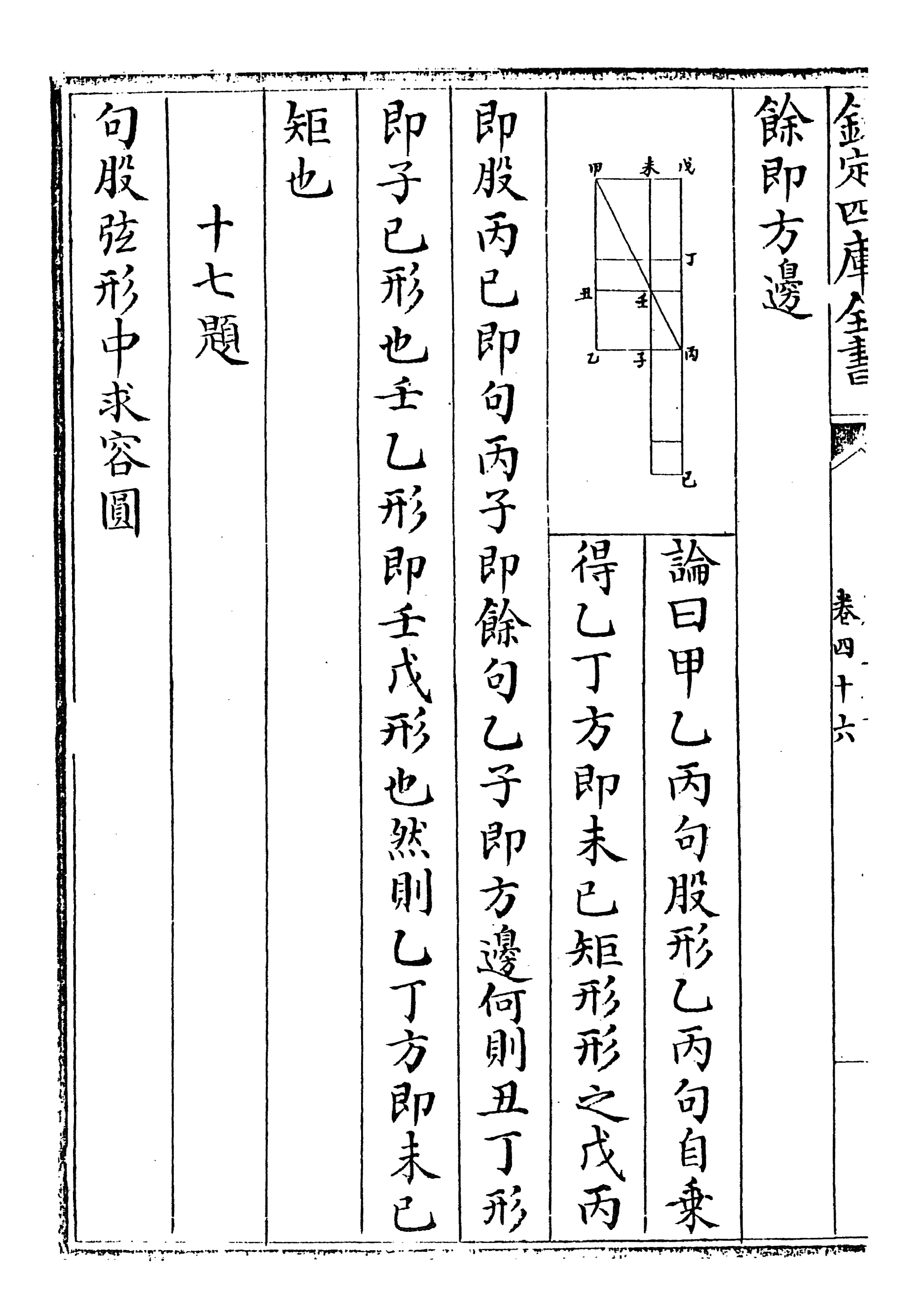
論曰甲乙股乙丙句相乘得甲丙矩即未午矩之甲午邊甲乙股乙午即句乙子即方邊何則甲丙弦為甲丙矩形之對

十六題

句股弦形中求容方

先論曰凡於句股形中依句股兩邉作方形或矩形則作形之外所餘之角形二自相似亦與元形相似如圖甲乙丙元形作壬丁乙子方形則此形之外所餘甲丁壬及壬子丙兩角形自相似何則謂甲丁與壬子相似丁壬與子丙相似也若作壬丁乙子矩形亦然又此兩形之各兩邉與元形之

餘即方邊



論曰甲乙丙句股形乙丙句自乘得乙丁方即末己矩形形之戊丙即股丙己即句丙子即餘句乙子即方邊何則丑丁形即子己形也壬乙形即壬戊形也然則乙丁方即末己矩也

十七題

句股弦形中求容圓

角線亦為甲壬壬丙矩形之對角線則甲乙丙與甲丑丙甲丁壬與甲未壬壬子丙與壬亥丙各角形自相等今於甲乙丙甲丑丙相等之兩形中各減去相等之角形所餘之乙壬方與壬丑方必等次於兩方各加一同用之子亥矩則乙亥矩與子丑矩亦必等而子午矩與乙亥矩等亦即與子丑矩等然則甲丙矩不與未午矩等乎

又法曰句自乘為實併句股為法除之得餘句用減句

等何則試先就己甲未丁四邊形論之甲己甲未兩邊等己未兩角皆正即己丁未丁兩線必等依顯未丁與子丁兩線子丁與己丁兩線亦必各等然則丁即圓心三線即圓之半徑矣果何術以求之乎曰試作甲丁丙丁乙丁三對角線平分甲乙丙三角及丁角因平分三个四邊形為六个三邊形各兩相等次引乙丙至壬令丙壬與甲己等則乙壬線為甲乙丙三邊之半何則乙子者乙子乙己之半丙子者丙子丙未之半丙壬者甲

法曰句股相乘倍之為實句股弦共為法除之得容圓徑（或句股相乘為實句股弦共為法除之得容員之半徑或句股相乘半之為實句股弦併而半之為法除之得容圓之半徑）

論曰試於形之三邊截取己子未三點令乙子與乙己等甲己與甲未等丙未與丙子等次於己子未三點各作己丁未丁子丁三線並形三邊之垂線必相遇於丁而相

也然則乙亥矩形與甲乙丙元形等矣於是以句股相乘半之得甲乙丙元形即乙亥矩形以乙壬三邊之半分之得子丁為圓半徑或以三邊之全分元形之倍亦得圓之半徑或三邊之全分元形之四倍得全圓徑也

又法曰句弦股三邊半之內減弦得圓之半徑或倍弦用減三邊之全得全圓徑

論曰甲乙丙元形之乙角既是正

未甲巳之半然則乙壬者甲乙丙三邊之半矣次引長
巳丁線至亥令巳亥與乙壬等必相與為平行次作壬
亥丙午兩線與子丁線等而相與為平行末作丙亥對
角線則乙亥矩形與甲乙丙元形等何則乙巳丁子方
形在元形之內丙子丁角形亦在元形之內丁午丙角
形雖不全在元形之內然即丙未丁形而倒置之湊合
丙子丁形而成子午矩形者也至於壬午矩形全在元
形之外然亦即甲巳丁甲未丁兩形顛倒湊合而成者

角乙子丁乙巳丁兩角又是正角即子丁巳亦必正角然則子丁巳乙形必是正角方形而四邊等矣即乙巳乙子兩邊必與丁巳丁子圓之兩半徑等矣此乙巳乙子之兩邊果何術以求之乎依前論乙壬線為三邊之半而丙壬即甲未也丙子即丙未也則子壬線即甲丙弦也於是子壬弦減乙壬三邊之半得乙子即圓之半徑若倍弦數用減三邊之全得全圓徑

又法曰句股併以弦減之得全圓徑

論曰如前圖乙丙句也丙壬與乙巳併即甲乙股也何則以丙壬與甲巳等故也壬子即甲丙弦也何則以丙壬與甲未等丙子與丙未等故也於是以子壬弦減壬巳句股併得子巳為圓之全徑何則以乙子與子丁等乙巳又與乙子等故也

已上十七題除求方求圓二題餘十五題已盡句股弦之藴矣然論其題則不止於已上十五題也今反覆推之凡得一百四十四題雖究其歸不出於已上

十五題之法要亦不可不備使習者得以按題而索之逐類而通之也

勾股較勾股和　句股較句弦和　句股較股弦和

句弦較句弦和　句弦較句股和　句弦較股弦和

股弦較股弦和　股弦較句股和　股弦較句弦和

已上共九題

句弦股和和

弦較較　句較較　股較較

弦和較　句和較　股和較

弦較和　句較和　股較和

已上十則各以句弦股三則配之得三十題

各以句股和句弦和股弦和三則配之得三十題

各以句股較句弦較股弦較三則配之得三十題

又已上十則句弦股和和為一則以下九則配之得九題

弦較較為一則以下八則配之得八題

句較較為一則以下七則配之得七題

又一題後十四題盡句股之變

容方與餘句求餘股與餘股求餘句因得全句全股

法曰方邊自乘以餘句除之得餘股以餘股除之得餘句各以所得加方邊因得全句全股

甲 子 丑
丁 壬 己
乙 未 丙

論曰乙丁方邊也自乘得乙壬方即壬丑矩論詳前十六題故以己壬即丙未餘句除之得子壬即甲丁餘股以子壬除之得己壬因以己壬加壬丁共己丁即句以子壬加壬未共子未即股

股較為一則以下六則配之得六題

弦和較為一則以下五則配之得五題

句和較為一則以下四則配之得四題

股和較為一則以下三則配之得三題

弦較和為一則以下二則配之得二題

句較和為一則以下一則配之得一題

已上共一百四十四題學者按題而索之逐類而通之要不出於前所列之十五題也

小故得數者得其幾倍大幾倍小之數也大用乘小用除

又二題

餘句餘股求容方因得全句全股

法曰餘句股相乘開方得方邊各以餘句股加之得全句股

甲　子　丑
丁　壬　己
乙　未　丙

論曰子壬即餘股也己壬即餘句也丑壬矩即乙壬方也論詳前十六題因

以甲丁餘股丙未餘句加之得全股甲乙全句乙丙

又法曰以餘句除方邊（餘句小于方邊）得數即用以乘方邊得餘股或以方邊除餘股（餘股大于方邊）得數即用以除方邊得餘句

論曰方邊為餘句餘股連比例之中率以前率餘句比中率方邊則方邊為幾倍大即以中率方邊比後率餘股則餘股亦必為幾倍大又以後率餘股比中率方邊則方邊為幾倍小即以中率方邊比前率餘句則餘句亦必為幾倍

方邊可得而知矣

右兩題宜附前十六題之後

又三題

句股弦形句股較求句股弦

法曰形四倍之另以較自乘相併開方得弦次依前四

題法求句股

論曰甲乙丙形四倍之即丁己甲子午丁

丙未子與甲乙丙四形也乙己為句股較

又法曰以餘句除餘股（以小除大）得數開方得中率之比例於是以中率之比例除餘股得方邊或以中率之比例乘餘句亦得方邊

論曰餘句餘股之於方邊為連比例之前後率今以巳壬餘句比子壬餘股得子壬為幾倍大即是以巳壬線上方比巳壬線與子壬線上矩得丑壬矩為幾倍大也而丑壬矩又與乙壬方等開方得連比例之中率者以方則邊等邊等則比例連故也既得連比例之中率則

又法曰形倍之以句股較用長濶相差法求之得句句加較得股

論曰甲乙丙句股弦形倍之得乙丁矩形甲乙股乙丙句己甲較即乙己與乙丙句等丙己為句上方丁句為句與較矩內形今試商得乙丙為句乙己加己甲為股

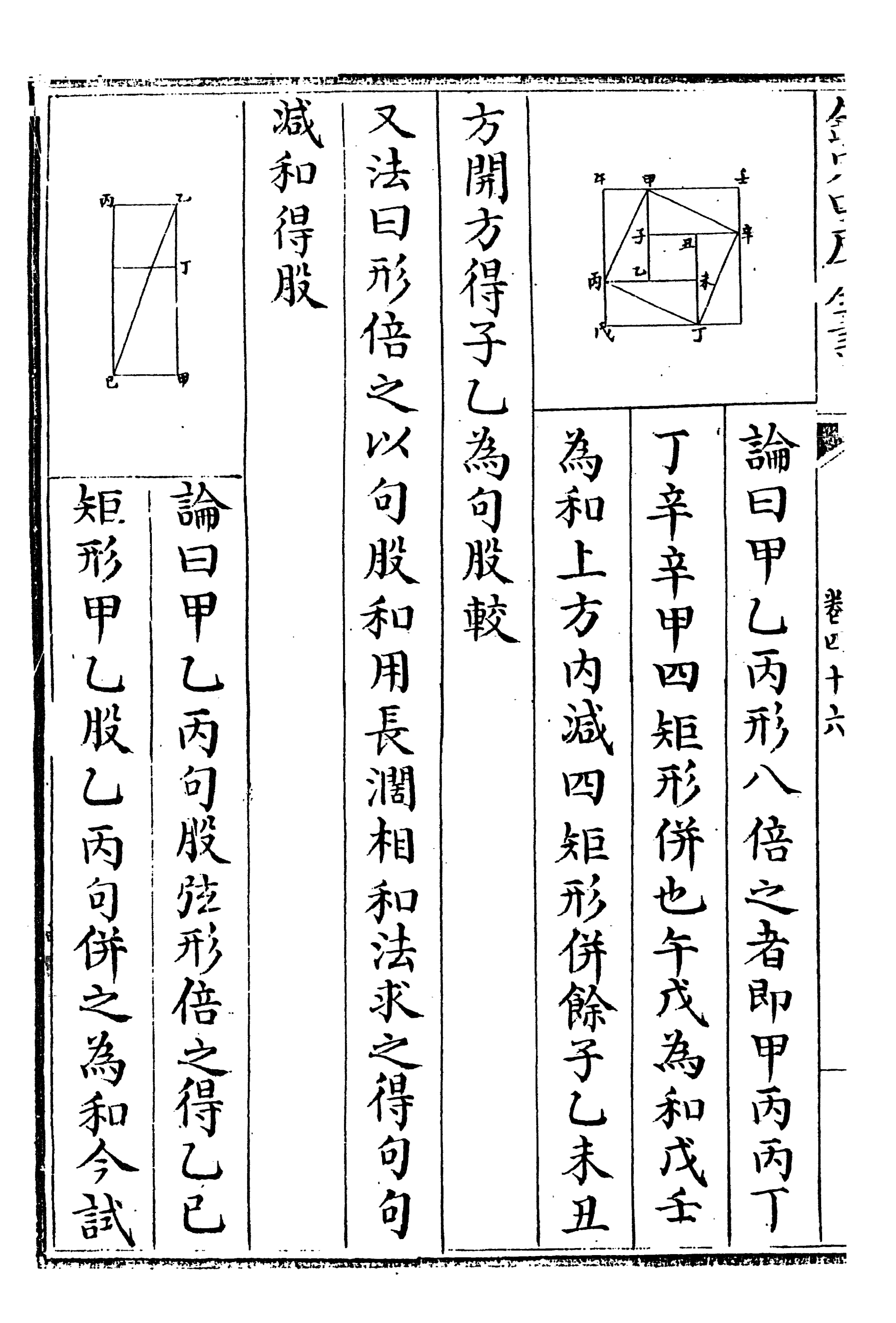
又四題

句股弦形句股和求句股弦

乙午為較上方四形與一方相併成甲子方開方得甲丙弦

又法曰形八倍之另以較自乘相併開方得句股和於是和加較折半得股和減較折半得句

論曰甲乙丙形八倍之即甲丙丙丁丁巳巳甲四矩形也乙子為句股較乙午為較上方四矩形與一方併成丑未方開方得丑壬為句股和



論曰甲乙丙形八倍之者即甲丙丙丁丁辛辛甲四矩形併也午戊為和戊壬為和上方內減四矩形併餘子乙未丑方開方得子乙為句股較

又法曰形倍之以句股和用長濶相和法求之得句句減和得股

論曰甲乙丙句股弦形倍之得乙己矩形甲乙股乙丙句併之為和今試

法曰形四倍之另以句股和自乘相減開方得弦次依前七題法求句股

論曰甲乙丙形四倍之者甲乙丙丙戊丁丁己辛辛壬甲四形併也乙壬為句股和乙己為和上方内減四形併餘甲辛丁丙方開方得甲丙弦

又法形八倍之另以句股和自乘相減開方得句股較於是用加和折半為股用減和折半為句

甲丙弦也甲丑弦上方也乙丙句也乙巳句上方也甲乙股也乙辛股上方也夫乙辛方中之子未方乙午線上方也乙巳方中之丁申方亦乙午線上方也即兩方等矣又乙辛方中之子辛未罄折形甲丑方中之午壬方也今於甲丑乙巳兩方中減乙辛方即於兩方中減丁申方與午壬方也兩方中所存者為申巳丁罄折形午丑壬罄折形矣而申

商得乙丙為句用減和餘甲乙即股

又五題

句股形中求從直角句股相聯處至弦作垂線與弦相交分元形為兩句股形為直角

法曰弦上方句上方併之內減股上方餘半之以弦除之得數為弦上作垂線之處於是以所得數與句依句弦求股法作垂線

論曰甲乙丙元形求從直角作乙午線為甲丙之垂線

子用減弦餘丙子半之於午即午點為弦上作垂線之處

一論曰甲丁偕甲己矩內形及乙己上方形併與甲乙上方形等如圖壬丁矩甲丁偕甲己矩內形也甲壬與甲己等辛甲未磬折形即壬丁矩也壬未矩與辛丁矩等未辛方乙己上方也併之得甲戊方即甲乙上方

二論丁己甲線貫圜心於乙庚甲線切圜周於庚乙庚甲為直角夫丁甲偕己甲矩內形與甲庚線上方形等

已丁磬折形又與丑卯方等半之即得午丑矩故以丙丑弦除之得丙午若乙辛方與甲丑方併内減乙巳方餘半之以弦除之得甲午同上論

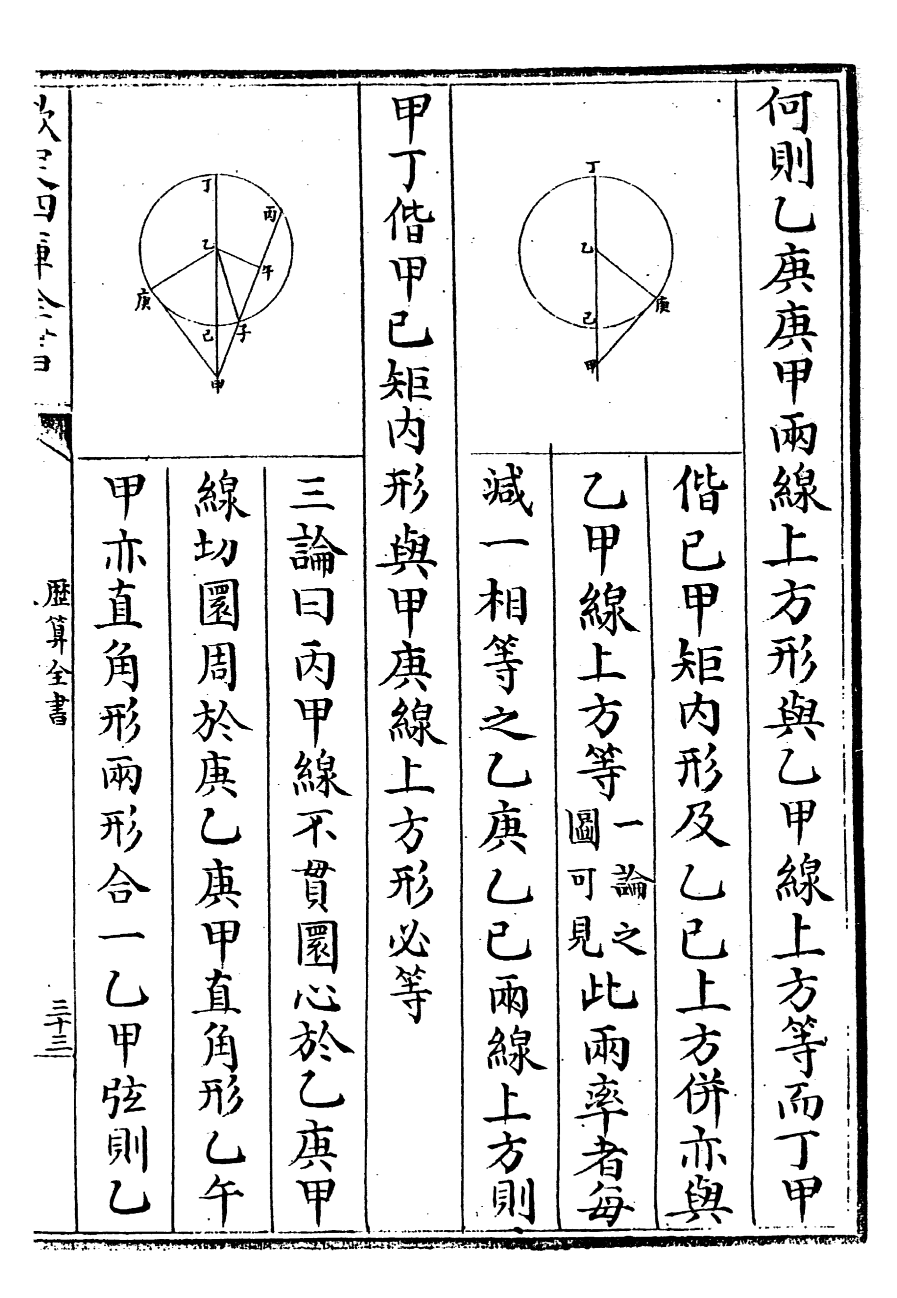
按此法不但可施諸句股直角形凡鋭角鈍角形俱可用此法求垂線

又法曰句股相併得數相減得數兩得數相乘以弦除之得數用減弦餘半之得數為弦上作垂線之處

如圖甲乙丙形甲乙股乙丙句相加得甲丁相減得甲巳甲丁與甲巳相乘得數以甲丙弦除之得甲

庚庚甲兩線上方併與乙午午甲兩線上方併必等又乙午子直角形則乙午午子兩線上方併與乙子線上方等夫午甲上方形中原有一論之圖可見丙甲偕子甲矩內形及午子上方形今於乙甲上方形中減乙庚上方形即減去同乙庚之乙子上方同乙子之乙午午子兩線上方然則所餘之丙甲偕子甲矩形與甲庚上方形必等

四論曰前甲丁偕甲己矩內形與庚甲上方等二論之圖甲



何則乙庚庚甲兩線上方形與乙甲線上方等而丁甲偕己甲矩內形及乙己上方併亦與乙甲線上方等（一論之圖可見）此兩率者每減一相等之乙庚乙己兩線上方則甲丁偕甲己矩內形與甲庚線上方形必等

三論曰丙甲線不貫圜心於乙庚甲線切圜周於庚乙庚甲直角形乙午甲亦直角形兩形合一乙甲弦則乙

丙與甲己之比例亦即甲丁與甲子之比例也更之則甲丙與甲丁之比例亦若甲己與甲子之比例

於是以甲丙為一率甲丁為二率甲己為三率二三率相乘一率除之得四率甲子也既得甲子用減甲丙餘丙子半之于午得午點為弦上作垂線之處何則試作乙子線與乙丙同為圜之半徑即等而成乙丙子兩邊等角形則午點折丙子之半必是直角此法不但可施

丙偕甲子矩內形與庚甲上方亦等三論之圖則兩矩形自相等而等角旁之各兩邊彼此互相視何則試引戊子壬己兩線相遇於丑而成甲丑形夫甲戊與甲丑兩形同在戊丑丙己兩平行線內等高則兩形之比例若其底甲丙與甲己之比例依顯甲壬與甲丑兩形之比例亦若其底甲丁與甲子之比例夫甲戊與甲壬兩矩形元等則甲戊形與甲丑形即甲壬形與甲丑形也即甲

子丑而成子午方形夫甲乙丙元形與己乙午分形相似何則以己午與甲丙平行故也次觀己午與未丁等即乙未與己午併是乙丁垂線也然則乙丁偕甲丙併而與甲丙若乙未偕己午併（即乙丁垂線）而與己午

又法曰垂線自乘併弦與垂線為法除之得數用減垂線得方邊

論曰乙丁偕甲丙併（一率）而與乙丁（二率）若乙未偕己午併

諸句股形凡鋭角鈍角形俱可用此法求垂線

右既得乙午垂線即分甲乙丙原形為甲午乙乙午丙兩句股形此兩形者自相似亦與元形相似

又六題

句股弦形中求依弦一邊容方

法曰先依又五題法求形中垂線次以弦與垂線相乘得數併弦與垂線為法除之得方邊

論曰甲乙丙元形乙丁為垂線求依甲乙弦作方邊如

又八題

斜三角形中求作中垂線分元形為兩句股形

法具又五題

又九題

斜三角形中求積

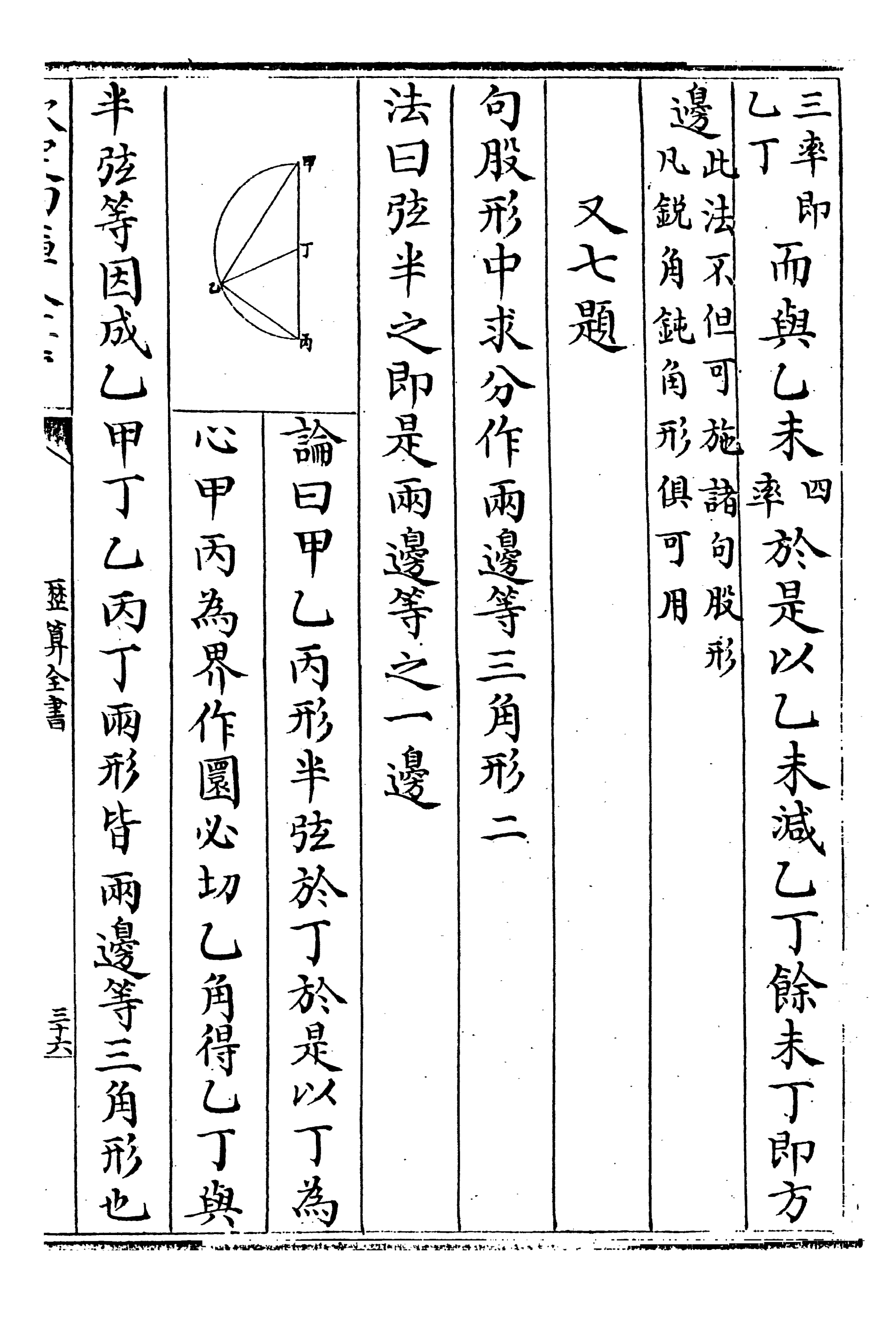
先分別是鋭角形或是鈍角形若是正角形法以句股相乘半之即得法曰大中小三邊用小中兩邊依句股求弦法求之若求得數小於大邊即是鋭角形大則是鈍角形

三率即乙丁而與乙末四率於是以乙末減乙丁餘未丁即方邊此法不但可施諸句股形凡銳角鈍角形俱可用

又七題

句股形中求分作兩邊等三角形二

法曰弦半之即是兩邊等之一邊



論曰甲乙丙形半弦於丁於是以丁為心甲丙為界作圜必切乙角得乙丁與半弦等因成乙甲丁乙丙丁兩形皆兩邊等三角形也

邊作垂線則垂線在形外而引對邊出形外湊之曰大邊上方内減中小兩邊上方餘半之以中邊除之得引湊數與小邊為股弦求句得垂線或以小邊除半數得引湊數與中邊為句弦求股亦得垂線　既得垂線則與引湊數湊成一小句股形又以垂線與引湊數偕元形之邊湊成一大句股形大小兩句股形相減得所求

論曰甲乙丙鈍角形乙為鈍角求從丙銳角作丙丁垂線而引乙丁線以湊之從甲角作垂線亦在形外茲不備述　夫甲丙上方元包

銳角形求積法曰任取一角依又五題求中垂線〈銳角形求中垂線任取一角皆在形內〉分元形為兩句股形次以兩分形句與股各相乘半之得積

論曰甲乙丙銳角形先求得乙丁中垂線分為甲丁乙乙丁丙兩句股形次以甲丁與丁乙丁乙與丁丙各相乘得丁戊與丁己兩矩形各半之得甲乙丙形之積〈或以乙丁因甲丙之半亦得或以甲丙因乙丁之半〉

亦得

鈍角形求積法〈於鈍角至對邊作垂線則垂線在形內法同前〉於銳角至對

又法曰三邊數併而半之以每邊數各減之得三較數

三較連乘任以二較相乘得數又以一較乘之得數又以半數乘之得數

開方得積

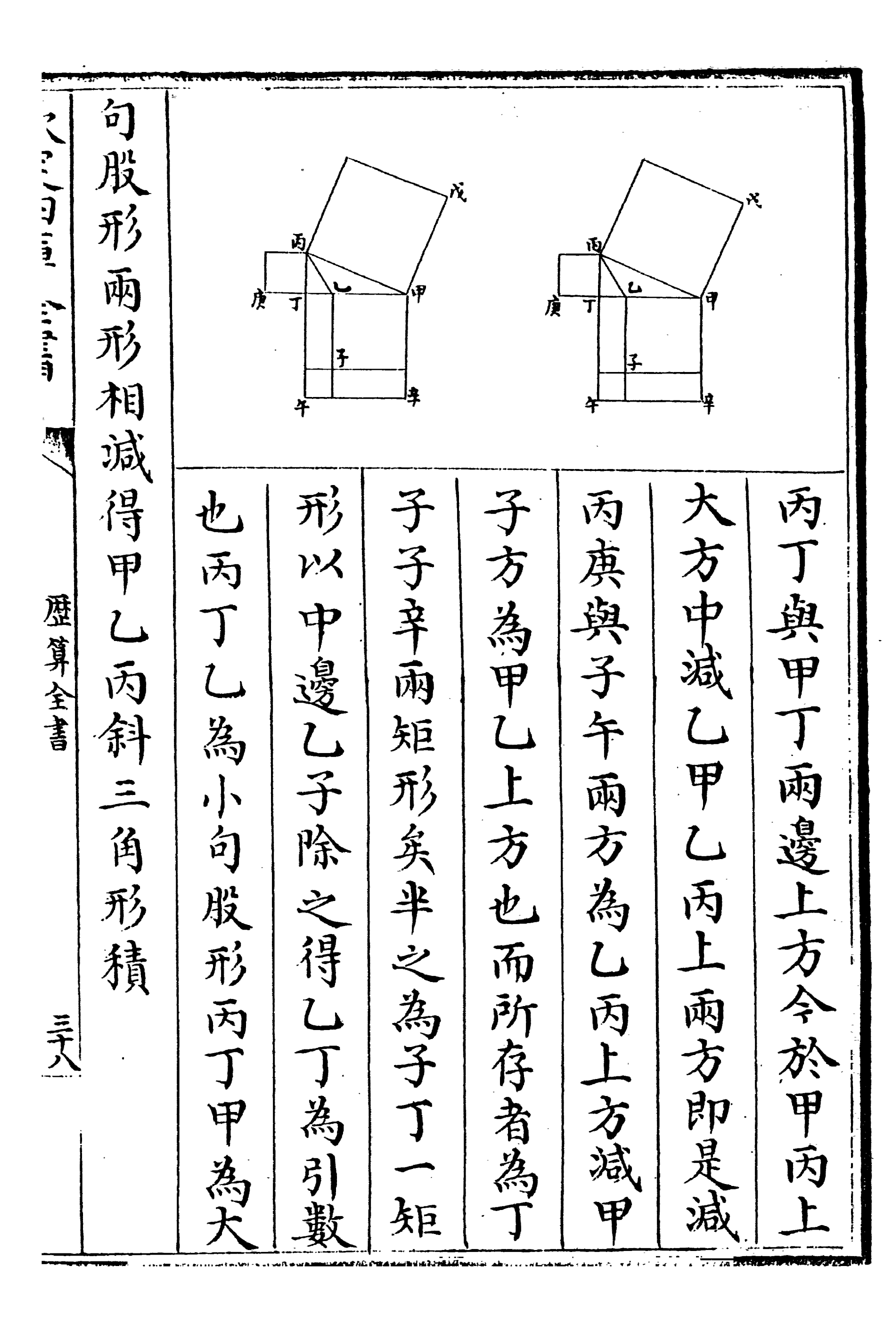
如後圖甲乙丙元形求其積

一圖

一論曰壬乙矩形與元形等

論同前十七題所論乙亥矩形與甲乙丙元形等

二論曰丁心方與乙戊相乘又與乙戊相乘開方與乙



丙丁與甲丁兩邊上方今於甲丙上大方中減乙甲乙丙上兩方即是減丙庚與子午兩方為乙丙上方減甲子方為甲乙上方也而所存者為丁子子辛兩矩形矣半之為子丁一矩形以中邊乙子除之得乙丁為引數也丙丁乙為小句股形丙丁甲為大句股形兩形相減得甲乙丙斜三角形積

數等何則乙丁心形與乙戊庚形相似之形也戊庚與丁心若乙戊與乙丁則戊庚偕丁心矩形即庚未矩形與丁心方即己戊方形亦若乙戊與乙丁也

四論曰丙丁偕丙戊矩形與丁心偕戊庚矩形等就一圖觀之何則心丁丙形與丙戊庚形相似之形也夫庚乙線平分丁乙甲角庚戊為丙戊之垂線則戊為直角次依丙戊線截取丙卯線作卯庚線為丙卯之垂線則卯為直角此庚乙庚戊庚卯三線必相交於庚點三線既相

二圖

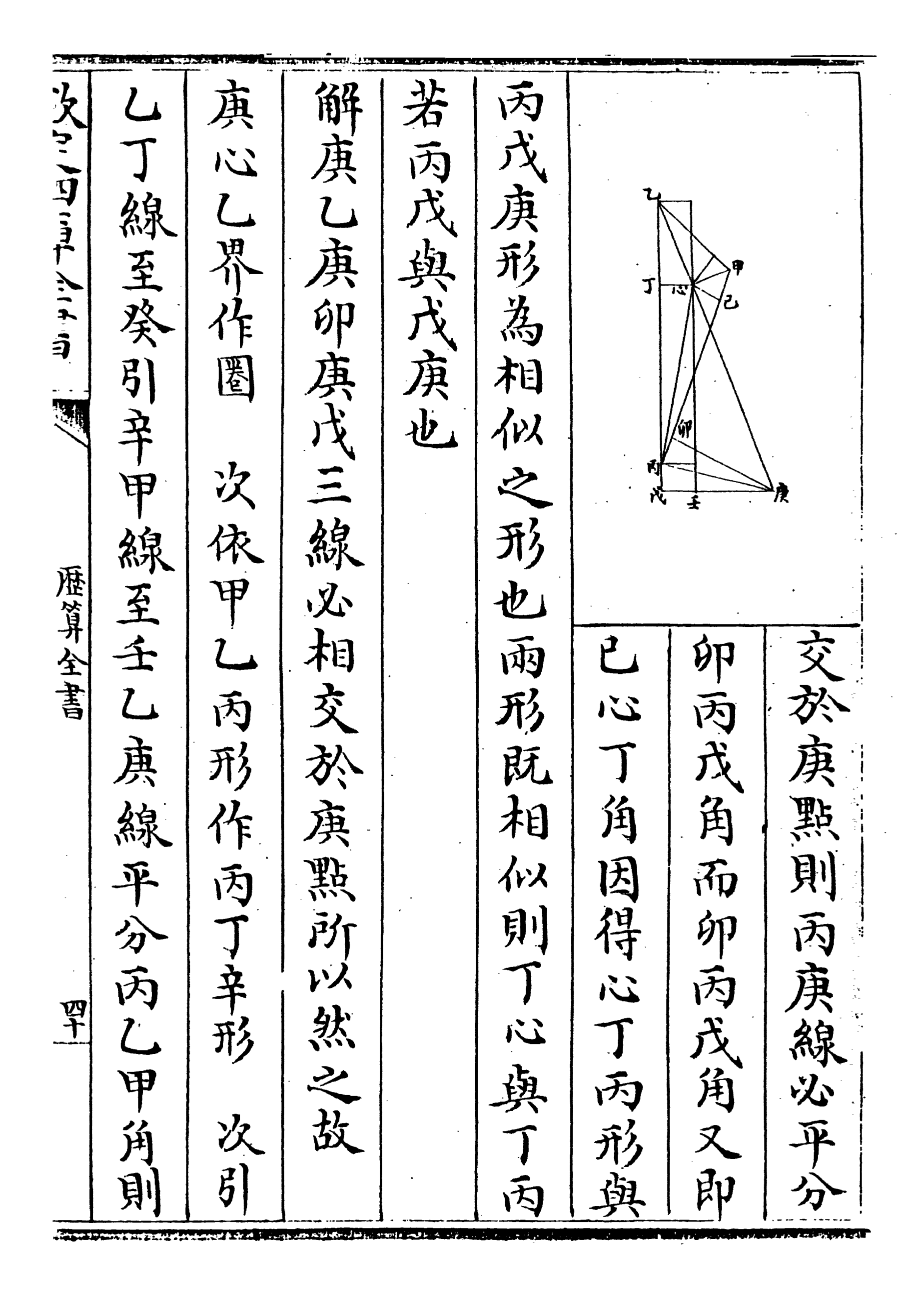
壬矩形等如圖子壬二丑壬三相乘得六為子丑矩形今以子壬二自乘得四為子卯方即壬寅邊以丑壬三乘之得十二為丑寅矩形又以三乘之得三十六為辰寅矩形即午丑方形故開方得辰午六與子丑矩形等

三圖

三論曰丁心偕戊庚矩形與乙丁相乘其所得數與丁心方偕乙戊相乘所得

庚點必是圜心戊點折乙癸線之半則戊點必直角　卯點折壬辛線之半則卯點必直角　乙癸與乙巳等　乙丙辛丙為大邊甲丙丁丙為中邊甲壬丁癸即小邊

總論曰二論丁心方與乙戊相乘又與乙戊相乘所得數開方與乙壬矩形等夫乙戊半數也亦既得之矣次欲求丁心與乙戊相乘而丁心不可得　三論丁心戊



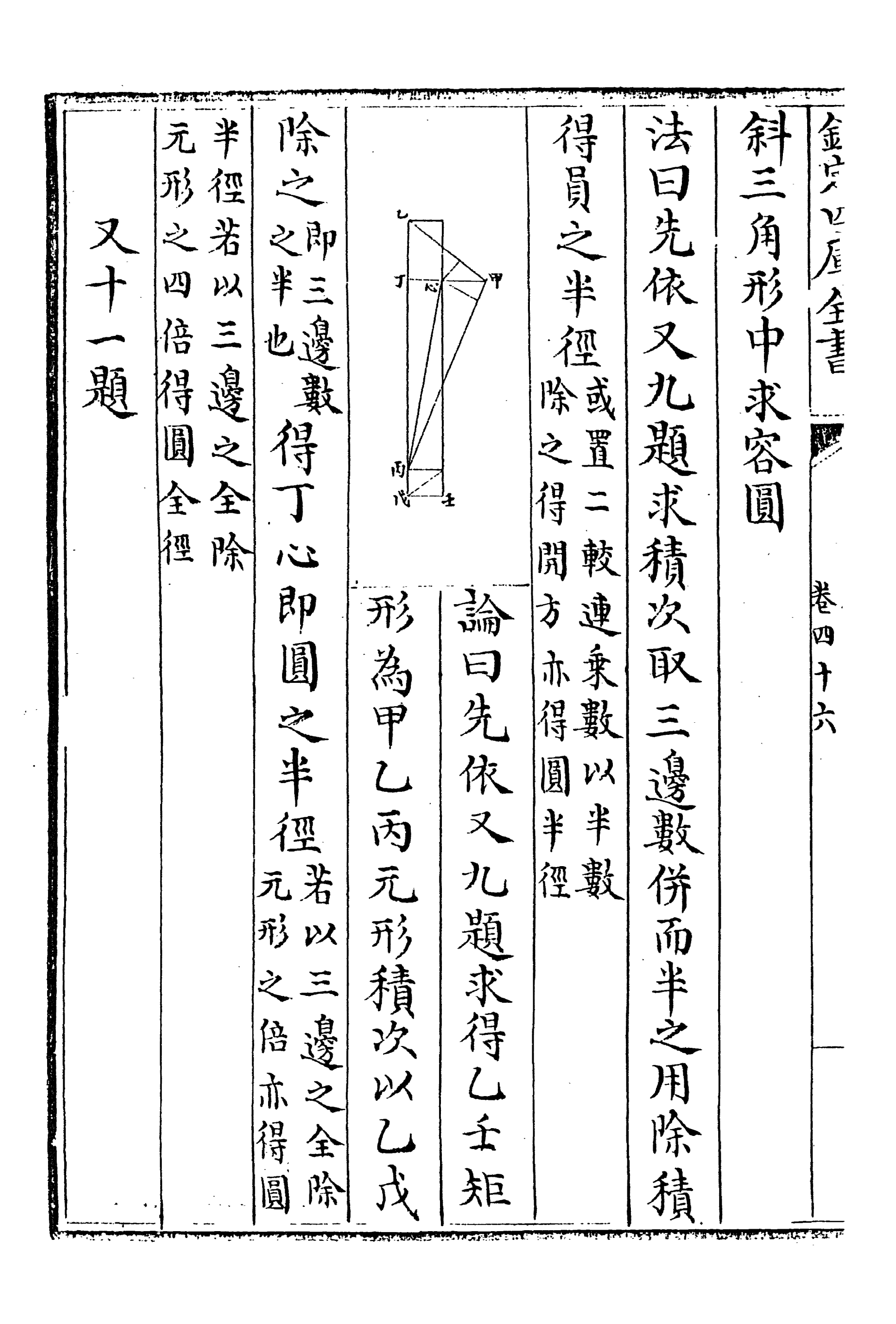
交於庚點則丙庚線必平分卯丙戊角而卯丙戊角又即己心丁角因得心丁丙形與丙戊庚形為相似之形也兩形既相似則丁心與丁丙若丙戊與戊庚也

解庚乙庚卯庚戊三線必相交於庚點所以然之故

庚心乙界作圈　次依甲乙丙形作丙丁辛形　次引乙丁線至癸引辛甲線至壬乙庚線平分丙乙甲角則

斜三角形中求容圓

法曰先依又九題求積次取三邊數併而半之用除積得員之半徑或置二較連乘數以半數除之得開方亦得圓半徑



論曰先依又九題求得乙壬矩形為甲乙丙元形積次以乙戊除之即三邊數之半也得丁心即圓之半徑若以三邊之全除元形之倍亦得圓半徑若以三邊之全除元形之四倍得圓全徑

又十一題

庚矩形與乙丁相乘所得數與丁心方偕乙戊相乘所得數等夫乙丁三較之一也則又得之矣次欲求丁心與戊庚兩線而兩線又不可得　四論丁丙偕丙戊矩形與丁心偕戊庚矩形等夫丁丙丙戊三較之二也則盡得之矣　今法於四論用丁丙偕丙戊二較相乘於三論用乙丁一較乘之於二論用乙戊半數乘之開方得數與乙壬矩形等

又十題

為戊庚兩和之較乙為己庚兩和之較丙為戊己兩和之較於是置甲較數以己為非所較之邊加而半之得大邊減而半之得小邊置乙較數以戊為非所較之邊加而半之得大邊減而半之得中邊置丙較數以庚為非所較之邊加而半之得中邊減而半之得小邊

論曰戊者大中兩和數也加減用乙者乙為己庚兩和之較庚者小中兩和數己者大小兩和數此兩和數中

斜三角形中求容方

法同又六題

又十二題

斜三角形有三和數求三邊

法曰三和數相減得三較數各置三較數各以非所較之邊加減之各半之其加而半者得大邊或中邊減而半者得小邊或中邊

如圖戊己庚為三和數戊為大中兩和數己為大小兩和數庚為小中兩和數　甲

如圖丙乙高乙甲遠丁甲竿己戊表己子為表竿差戊甲為表竿相去夫丁子己形與丁辛丙形相似故丁子與己子若丁辛與丙辛也

又十四題

句股重測高遠測廣測深同法

法曰若無高根之可量者則用重測法謂一次立表竿令表竿與高參相直二次立表竿令表竿與高參相直

皆有相等之小數而餘為大中兩數矣此乙所以為大中兩數之較也餘倣此

又十三題

句股測高 測遠測廣 測深同法

法曰先准地平 地平者必令所測地面自所測之處至高之根如水之平也 次立表與地平為垂線退後立望竿令所測高表尖竿頭參相直末自竿至高根量得若干遠然後以表竿差與遠相乘而以表竿相去若干除之加竿長若干得所求之高

表竿相去甲午丑三點參相直丁亥為表竿之較子壬為兩表相去未辛為兩表竿相去之較巳上用以測高

借丁卯（元是表竿相去）為表竿相差借卯巳（元是表竿相差）為表竿相去辰戊亦借為表竿相差戊癸亦借為表竿相去甲辰癸三點亦參相直丁辰亦借為兩表相去與丁午等即庚癸亦為兩表竿相去之較與辛未等以上用以測遠

解庚癸線與辛未線必等所以然之故

如圖甲乙矩內形甲乙為對角線丙丁及戊己兩線與

兩表兩竿要各相等又要或前或後立成一直線然後以表竿之較乘兩表相去而以兩表竿相去之較除之加表高若干得所求之高又以前表竿相去乘兩表相去而以兩表竿相去之較除之加前表竿相去得所求之遠

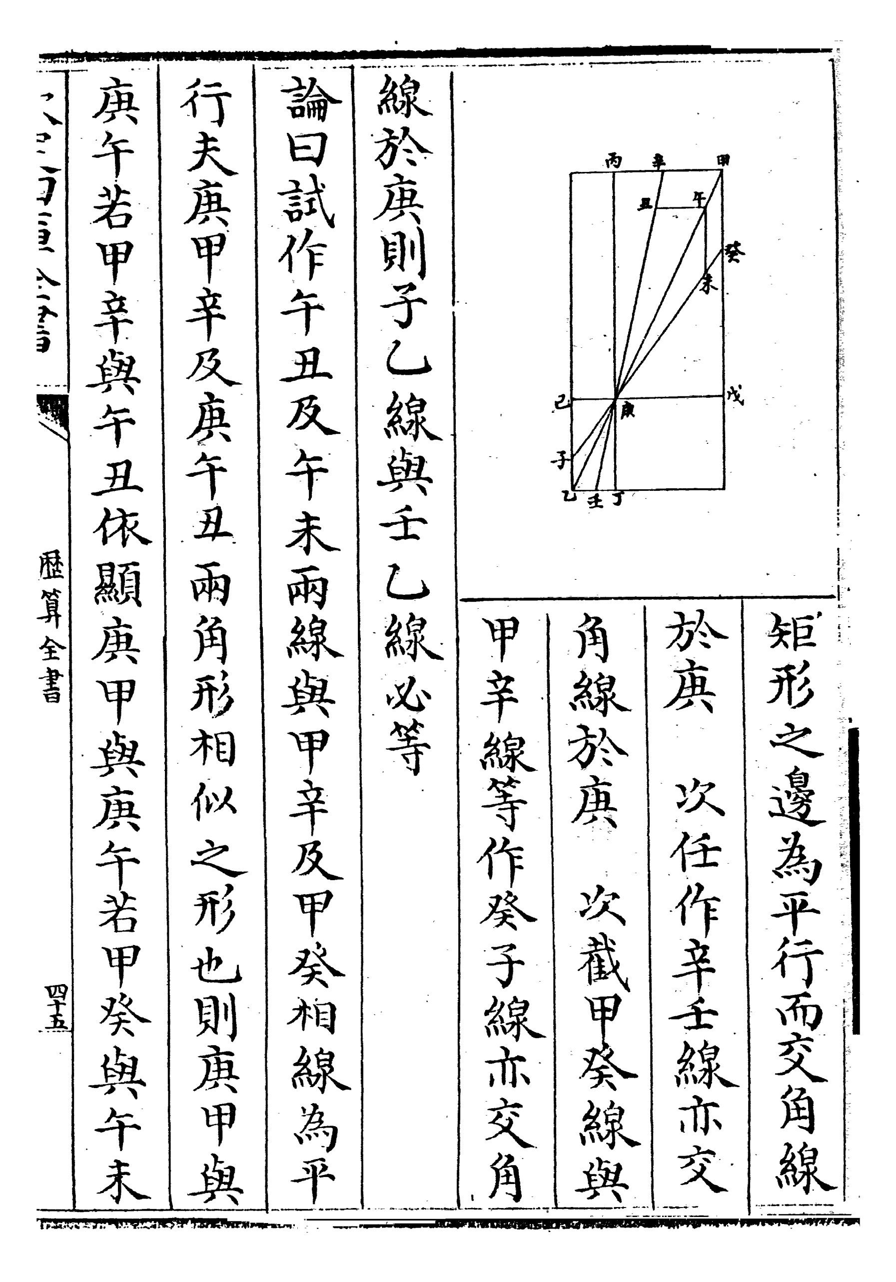
如圖甲乙高乙丙遠各不知數用重表測之　丁子為前表己丙為望竿子丙為表竿相去甲丁己三點參相直午壬為後表丑辛為望竿壬辛為

然則甲辛與甲癸亦若午丑與午未夫午丑與午未如是則子乙與乙壬亦如是矣

先論甲乙矩形此形甲已為對角線寅卯申亥兩線交於角線上之丁點則卯申矩形與亥寅矩形等

次論甲丑矩形此形甲丑為對角線寅酉房壬兩線交於角線之午點則房酉矩形與寅心矩形等

末總論曰夫房酉矩形與寅心矩



矩形之邊為平行而交角線於庚　次任作辛壬線亦交角線於庚　次截甲癸線與甲辛線等作癸子線亦交角線於庚則子乙線與壬乙線必等

論曰試作午丑及午未兩線與甲辛及甲癸相線為平行夫庚甲辛及庚午丑兩角形相似之形也則庚甲與庚午若甲辛與午丑依顯庚甲與庚午若甲癸與午未

形既等而午井形又與卯申形等即亦與亥寅形等然則房酉矩形中所餘之井酉形與寅心矩形中所餘之丁心形必等

於是以丁亥表竿相差乘丁午兩表相去得丁心矩形即井酉形而以井女兩表竿相去之較除之得女酉加酉辛表共女辛即甲乙高

先論甲己矩形同前

次論甲癸矩形此形甲癸為對角線申氐戌亢兩線交

於角線之辰點則亢氐矩形與戊申矩形等

末總論曰夫亢氐矩形與戊申矩形既等而辰牛形又與亥寅形等即亦與卯申形等然則亢氐矩形中所餘之牛氐形與戊申矩形中所餘之丁戊形必等

於是以丁卯表竿相差乘丁辰兩表相去得丁戊矩形即牛氐形而以牛危兩表竿相去之較除之得危氐加氐癸表竿差共危癸即乙丙遠也

求髙又法　既得危氐線即以亢牛乘之得牛辰形此

形即寅亥矩形亦即申卯矩形也故以丁卯除之得丁申高

求遠又法　既得女酉線即以房井乘之得井午矩形此形即申卯矩形亦即寅亥矩形也故以丁亥除之得丁寅遠

歴算全書卷四十六